

# ANÁLISIS DE TENSIÓN Y DESARROLLO DE UNA GUI EN MATLAB APLICADA A UNA ESTRUCTURA DE EXOESQUELETO MEDIANTE EL CRITERIO VON MISES

Oscar González Woge\*, Gabriela Gaviño Ortiz\*, Carlos Omar González-Morán\*, José Guadalupe Miranda Hernández\*, Asdrúbal López Chau\*.

Laboratorio de desarrollo de materiales y procesos inteligentes, Universidad Autónoma del Estado de México, Centro Universitario UAEM Valle de México, Blvd. Universitario s/n, Predio San Javier Atizapán de Zaragoza, C.P. 54500, Edo. de Méx., MÉXICO.

## ABSTRACT

For this research work, a graphical user interface was developed with Matlab, which analyzes solid geometries with stereolithography extension (.stl files), which is a type of file commonly used in 3D drafting – design. The MATLAB - GUIDE based application has inputs to receive numerical data from the physical constants of materials, as well as the constraints applied (static loads and contacts) to the 3D solid, in order to simulate and then deploy the results as outputs: the Von Mises stress, which is a criterion for finding possible faults, also displacements of the cartesian coordinates. The objective is to simulate the mechanical performance of geometries using the Finite Element Method.

The system can help reduce the time and resources, used in the construction of non-functional prototypes given the materials involved in its construction, the Finite Element Method can predict the probability of a failure, spending only computer memory and processing time.

**KEYWORDS:** MATLAB, Von Mises criterion, Finite Element Method, Simulation.

**MSC:** 68U07, 68U99.

## RESUMEN

Para este trabajo de investigación, se desarrolló una interfaz gráfica de usuario con Matlab, la cual analiza geometrías sólidas con extensión estereolitografía (archivos .stl), el cual es un tipo de archivo comúnmente utilizado en el diseño 3D, el proyecto basado en Matlab - GUIDE cuenta con entradas para recibir los datos numéricos de las constantes físicas de los materiales, así como las restricciones aplicadas (cargas estáticas y contactos) al sólido 3D, para simular y luego desplegar los resultados como salidas: la tensión Von Mises, la cual es un criterio para encontrar posibles fallas. El objetivo es la simulación del desempeño mecánico de las geometrías utilizando el Método del Elemento Finito.

El sistema puede ayudar a reducir el tiempo y los recursos, utilizados en la construcción de prototipos no funcionales dados los materiales implicados en su construcción, el Método del Elemento Finito puede mostrar las fallas, gastando solo memoria del computador y tiempo de procesamiento.

**PALABRAS CLAVE:** MATLAB, Criterio Von Mises, Método del Elemento Finito, Simulación.

## 1. INTRODUCCIÓN

Actualmente, los programas de simulación por computadora para obtener tensiones de Von Mises, son utilizados en forma muy controlada, ya que la mayoría de los desarrolladores establecen versiones de prueba gratuitas muy limitadas (30 o 60 días) para estudiantes y las versiones completas son muy costosas y fuera del alcance de ciertas instituciones. Una de las técnicas más utilizadas para el desarrollo de dichos simuladores, es el Método del Elemento Finito (MEF o FEM por sus siglas en inglés). Dicha técnica provee de una manera sistemática y simple para la generación de funciones matemáticas con base en un dominio con geometría  $\Omega$  poligonal. Lo que hace al Método del Elemento Finito especialmente atractivo sobre otros métodos, es el hecho de que las funciones base son polinomios definidos por elementos cuantificables en el conjunto  $\Omega_i$ , que no son cero, sólo en una pequeña parte de  $\Omega$ , proporcionando a la vez una gran ventaja computacional al método ya que las matrices generadas resultan bandadas ahorrando memoria al implantarlas en una computadora (R. Y. SMITH, 2008).

La motivación de construir el sistema de Análisis del Elemento Finito es, evitar el desperdicio de recursos en construcción de prototipos, dadas las ventajas que la informática provee dando a los ingenieros la posibilidad de simular el desempeño estructural de los prototipos como si fueran pruebas o ensayos de

tensión virtuales. Esta propuesta beneficia en la reducción del tiempo y los recursos que se utilizan para la construcción de prototipos ortésicos, que pueden ser una restricción en los materiales involucrados en su construcción (madera, cartón, etc.). Al intentar resolver un problema como el que se plantea, se requiere, un algoritmo o método de resolución, implícito en un sistema informático, capaz de simular el rendimiento de los materiales aplicados a las piezas sólidas (geometrías 3D) utilizando el método de los elementos finitos, que sirve para facilitar el proceso de diseño de equipos, mediante cálculos con valores numéricos, como: las restricciones para simular cómo se comportaría la estructura bajo condiciones definidas por el usuario: las sujeciones y las cargas aplicadas, así como: las constantes y variables físicas encontradas en las propiedades de los materiales.

El trabajo consta de una aplicación desarrollada con Matlab - GUIDE el cual, cuenta con una Interfaz Gráfica de Usuario que simplifica el proceso de simulación con la carga de archivos elaborados con software CAD: geometrías 3D (extensión .stl) y los guarda para luego analizarlos. Posteriormente el usuario ingresa datos numéricos al sistema y concluye el proceso al correr la simulación para encontrar las soluciones a los problemas que se le presenten, dicho proceso es facilitado por la Interfaz Gráfica de Usuario (GUI). La interpretación de las soluciones se realizará al consultar la documentación y los reportes generados con la información acerca de los criterios (tensiones de Von Mises) encontrados por el sistema, así como las gráficas de los datos y los planos esquemáticos. La herramienta para el desarrollo de la GUI es GUIDE de Matlab. GUIDE (Entorno de Desarrollo de Interfaces Gráficas de Usuario o Graphic User Interface Development Environment, por sus siglas en inglés) es un entorno de programación visual disponible en Matlab para realizar y ejecutar programas que necesiten ingreso continuo de datos. Tiene las características básicas de todos los programas visuales como Visual Basic o Visual C++ (D. O. BARRAGÁN GUERRERO, 2008).

## 2. JUSTIFICACIÓN

### Trabajo Relacionado

En el ámbito del desarrollo de simuladores para auxiliar aspectos de medicina, se han realizado trabajos como el de (E. GINER, R. LARRAINZAR-CARRIJO, M. M. CAEIRO JR, Y M. MIGUÉLEZ, 2019): “Validación experimental de un modelo de análisis de elementos finitos en fractura de cadera y su aplicación clínica”, en el cual se realiza la validación experimental de un modelo de análisis de elementos finitos en fractura de cadera y su aplicación clínica. El trabajo se refiere a la caracterización del hueso en la cadera mediante pruebas experimentales con hueso y mediante el Análisis del Elemento Finito, explica acerca de un experimento donde se toman huesos reales de cadáveres para realizar pruebas y medir su punto de inicio de fractura, propagación, carga progresiva y la carga máxima de la fractura. La propuesta busca desarrollar un modelo de experimentación computacional que caracterice el hueso de la extremidad proximal del fémur como un material heterogéneo a partir de la traslación directa de los parámetros mecánicos obtenidos de piezas anatómicas de experimentación.

Por otro lado, el trabajo denominado: “Análisis de pilares con deformación por cortante mediante elementos finitos y acciones repartidas equivalentes,” 2017 (J. L. ROMERO, E. M. LÓPEZ M. A. ORTEGA, O. RÍO., 2017), es un artículo que hace hincapié sobre la eficiencia del método de los elementos finitos para conseguir soluciones nodales exactas, se expone una metodología aplicable a problemas de elementos finitos, la cual, incluye casos de operadores no auto adjuntos para la ecuación diferencial.

El artículo trata de ilustrar un caso donde se aplicó un procedimiento basado en el concepto de Acción Repartida Equivalente (ARE) al análisis, por el Método de Elementos Finitos (MEF) formulado en desplazamientos y solución nodal exacta, de pilares con deformación por cortante de acuerdo con la teoría de Timoshenko. Los resultados obtenidos con la metodología ARE-MEF, en los casos analizados, ponen de manifiesto que con un número muy reducido de elementos (uno y dos en los ejemplos realizados) se alcanza una gran exactitud en desplazamientos, giros y esfuerzos.

A su vez, en el campo de la simulación de Elementos Finitos para equipos ortopédicos y de ayuda a los minusválidos se hace referencia al trabajo de “Simulación de elementos finitos de un dispositivo adaptado a una silla de ruedas para automatizarla y Modelado 3D con Matlab,” 2011 (J. L. RAMÍREZ ARIAS, J. C. MARTÍNEZ QUINTERO, 2011). En el artículo se explica la metodología que han seguido los autores para crear un dispositivo que permita automatizar una silla de ruedas para pacientes cuadripléjicos. Se enseña el análisis mediante elementos finitos que realizaron los autores de las cargas y de los esfuerzos que el dispositivo soporta. Se exponen los resultados del modelo desarrollado usando el lenguaje VRML en Matlab mediante la herramienta V-Realm Builder. Se muestra también el estudio del centro de masa ya que

es un criterio relevante en el diseño del que depende la estabilidad estática de la silla. De igual manera, se detalla cómo los pernos soportan el motor y se explica cómo el lenguaje de programación utilizado permitió graficar el modelo.

Por otra parte, la animación gráfica muestra la gran variedad de aplicaciones que tiene el Método del Elemento Finito dado en el trabajo de Woodward (A. WOODWARD *ET AL.*, 2017), dicho artículo representa la producción de una aplicación programada en C++ y la interfaz gráfica de Usuario fue diseñada con Microsoft MFC, y un visualizador 3D denominado OpenGL, diseñada para replicar en tiempo real las expresiones del rostro humano.

Utiliza estampas de color blanco de fácil aplicación en la cara del modelo humano, denominados como marcadores en el ordenador, los cuales tienen ciertas restricciones para capturar los vértices y simular mediante desplazamientos nodales en un mallado 3D.

Utiliza matrices jacobianas utilizadas en el Método del Elemento Finito para satisfacer las ecuaciones diferenciales parciales y encontrar los desplazamientos de las coordenadas axiales.

Además, el mallado de la cara puede deformarse usando un acercamiento geométrico eficiente donde los vértices se mueven independientemente por los músculos virtuales, se implementaron ecuaciones lineales y elípticas para aplicar deformación directa en la malla.

Las estampas aplicadas en 13 puntos de la cara del modelo humano son seguidas por 2 cámaras. Las cuales detectan los movimientos de los marcadores y los traducen y simulan en un visualizador gráfico como un modelo 3D de la cara. Dándole animación a un modelo 3D definido previamente.

La referencia del trabajo titulado: “Development of Graphical User Interface for Finite Element Analysis of Static Loading of a Column using MATLAB” (M. O. PETINRIN, 2010), se asemeja en gran medida a los objetivos y la metodología empleada en el presente trabajo. El artículo muestra una poderosa aplicación que resuelve problemas de vigas cargadas estáticamente, con Matlab, haciendo uso de la versatilidad y facilidad de programar con Matlab, dadas las características de un programa multiplataforma, además de contar con librerías amplias que proveen soluciones probadas en tantas tareas técnicas, además de las tantas cajas de herramientas disponibles para ayudar a resolver problemas complejos en áreas específicas, puede mostrar las gráficas e imágenes en casi cualquier equipo gráfico donde Matlab está corriendo, Las herramientas que incluyen, ayudan al programador a construir interactivamente una GUI o Interfaz Gráfica de Usuario para su programa. El objetivo de este programa es iluminar en cuanto a las virtudes de Matlab como un paquete de software para desarrollar Interfaces Gráficas de Usuario amigables y el desarrollo de una interfaz Gráfica de Usuario con el lenguaje de programación de Matlab, resolviendo modelos de la distribución uniaxial del estrés en una columna suspendida fija en un lado y libre en el otro lado, mediante el Método del Elemento Finito.

### **Análisis del Elemento Finito**

En términos matemáticos, Análisis del Elemento Finito o AEF por sus siglas, también conocido como el método de elementos finitos, es una técnica numérica para resolver problemas de campo descritos por un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales. El método de elementos finitos se utiliza comúnmente en muchas disciplinas de la ingeniería, tales como diseño de la máquina, acústica, electromagnetismo, mecánica de suelos, dinámica de fluidos y otros. En ingeniería mecánica, AEF es ampliamente utilizado para la solución estructural, vibración y problemas térmicos. AEF no es la única herramienta disponible para análisis numérico. Otros métodos numéricos utilizados en Ingeniería incluyen el Método de diferencias finitas, el Método de los estados límites y el Método de volúmenes finitos. Sin embargo, debido a su versatilidad y alta eficiencia numérica, AEF ha llegado a dominar el mercado de software para el análisis de ingeniería, mientras que otros métodos han sido relegados a aplicaciones de nicho.

Usando AEF, podemos analizar cualquier forma, utilizar diversas maneras de idealizar la geometría y resultados con la exactitud deseada. Teoría de la AEF, la formulación del problema y los métodos de solución se convierten totalmente transparentes para los usuarios cuando se implementan en programas comerciales modernos. Una poderosa herramienta para el análisis de ingeniería, AEF se utiliza para resolver problemas que van desde muy simples a muy complejos. Las limitaciones de tiempo y la disponibilidad limitada de producto llamada de datos para muchas simplificaciones de los modelos de análisis. En el otro extremo de la escala, analistas especializados implementan AEF para resolver problemas muy avanzados, tales como: accidente de vehículo (dinámica), metal forjado, o análisis de bio-estructuras. independientemente de la complejidad del proyecto o en el campo de aplicación, los pasos fundamentales en cualquier proyecto AEF son siempre los mismos, ya sea para ejemplo de un análisis estructural, térmico o acústico. El punto de partida para cualquier análisis es el modelo geométrico. En nuestro caso, se trata de un Modelo de una pieza o un conjunto. A este modelo, se le deben asignar propiedades de los materiales,

definir cargas y se le aplican restricciones. Siguiendo, como siempre el caso cuando se está utilizando una herramienta basada en el método numérico de aproximaciones, discretiza el modelo para el análisis. El proceso de discretización, mejor conocido como mallado, divide la geometría en entidades relativamente pequeñas y en forma simple, llamados elementos finitos. Los elementos se llaman "finitos" para enfatizar el hecho de que no son infinitamente pequeños, sino que son razonablemente pequeños en comparación con el tamaño total del modelo. Cuando se trabaja con elementos finitos, el solucionador de AEF se aproxima a la solución deseada (por ejemplo, deformaciones o tensiones) para todo el modelo con el conjunto de soluciones simples para los elementos individuales. Desde la perspectiva del programa AEF, cada aplicación de AEF requiere tres pasos:

- Procesamiento previo. El tipo de análisis (por ejemplo, estático, térmico, frecuencia), material propiedades, cargas y restricciones se definen y el modelo se divide en elementos finitos.
- Solución Informática (los resultados deseados).
- Postproceso (Analizar los resultados).

Seguimos los tres pasos anteriores. Desde la perspectiva de la metodología del Análisis del Elemento Finito, se citan los siguientes pasos:

1. Construir el modelo matemático.
2. Construcción del modelo de elementos finitos.
3. Resolver el modelo de elementos finitos.
4. Analizar los resultados.

1. Construir el modelo matemático. El análisis de simulación comienza con la geometría representada por un modelo de una pieza o conjunto. Esta geometría debe ser mallada en una forma correcta y razonablemente pequeña, un mallado finito de elementos. Por pequeña, no hablamos del tamaño del elemento, sino del número de elementos de la malla. Este requisito de mallado tiene implicaciones muy importantes.

Se debe asegurar de que la geometría de CAD que la malla produce proporciona la solución correcta de los datos de interés, tales como desplazamientos, tensiones, distribución de la temperatura, y así sucesivamente. A menudo, pero no siempre, este requerimiento de mallado requiere modificaciones a la geometría de CAD. Tales modificaciones pueden tomar la forma de simplificación, idealización o limpieza, se describe a continuación:

- I. Reducción y simplificación
- II. Idealización
- III. Limpieza

I.- Reducción y simplificación se refiere al proceso de supresión o eliminación de características geométricas que se consideran insignificantes para su análisis, tales como chaflanes externos, redondeos, logos y así sucesivamente.

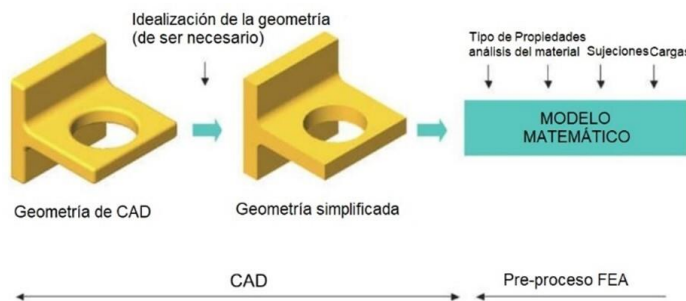
II.- Idealización presenta un ejercicio más agresivo que puede apartarse de la geometría de CAD sólido como, por ejemplo, cuando la representación de paredes delgadas con las superficies.

III.- Limpieza a veces es necesario porque la geometría mallada debe satisfacer requisitos de calidad mucho más altos que el comúnmente seguido en modelado sólido. Para la limpieza, podemos utilizar herramientas de control de calidad para detectar problemas como caras astilladas o superposición de entidades, que un modelo CAD podría tolerar, pero haría el mallado difícil o imposible.

2. Es importante mencionar que no siempre simplificamos el modelo CAD con el único objetivo de hacer mallado. A menudo, se puede no simplificar un modelo y discretizarlo "tal cual", pero la malla resultante sería demasiado grande y, en consecuencia, el análisis de funcionamiento se realizaría muy lentamente. Las modificaciones de la geometría permiten un acoplamiento más sencillo y un tiempo más corto para computarse. Un mallado exitoso depende tanto de la calidad de la geometría para mallado como en la sofisticación de las herramientas para malla implementadas en el programa AEF. Haber preparado una geometría para mallar, pero aún no haber realizado el mallado, definir propiedades de los materiales, cargas, apoyos y restricciones e información sobre el tipo de análisis que se va a realizar.

Este procedimiento completa la creación de un modelo matemático. Nota: El procedimiento de crear un modelo matemático no es Análisis del Elemento Finito, con ello el AEF no ha sido descrito todavía, ver Figura 1.

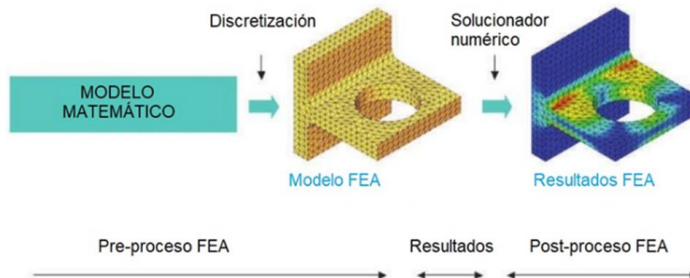
3. El modelo matemático puede ahora ser dividido en elementos finitos mediante el proceso de discretización, como mallado. se manifiesta misma como la geometría. Sin cargas, y las discretizan después de que mallado, las sujeciones



mejor conocido La discretización visualmente a sí malla de la embargo, las sujeciones se también y, el modelo es cargas y las malladas son *Figura 1.*

*Procedimiento previo al Análisis del Elemento Finito* aplicadas a los nodos en la malla de elemento finito, ver *Figura 2.*

Después de modelo del finito, usamos numérico, que datos de El análisis de es



haber creado el elemento el solucionador produce los interés. los resultados

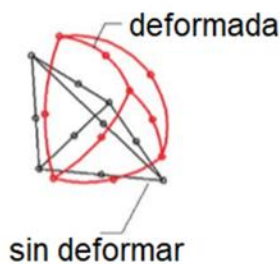
*Figura 2. Pre-proceso AEF y post-proceso AEF*

frecuentemente el paso más difícil de todos.

4. Los análisis proveen datos muy detallados, que pueden ser representados en cualquier formato. La correcta de interpretación de los resultados requiere que se consideren las suposiciones, simplificaciones, y errores que se introdujeron en los primeros tres pasos: construir el modelo matemático, construir el modelo del elemento finito y resolver el modelo del elemento finito.

**Elementos Sólidos Tetraédricos de Segundo Orden**

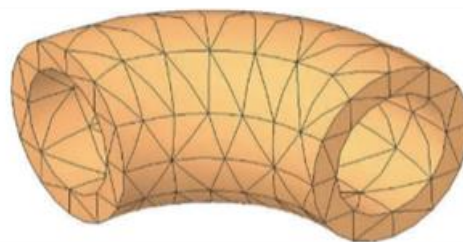
Modelo de elementos sólidos calidad) el campo de segundo orden y, en consecuencia, (tenga en cuenta que la derivada de lineal). El campo de nombre a estos elementos: elemento de segundo orden nodos de esquina y seis nodos de grados de libertad, ver *Figura 3.*



tetraédricos de segundo orden (alta desplazamientos (parabólico) de primer orden (lineal) el estrés de campo una función parabólica es una función desplazamientos de segundo orden da su elementos de segundo orden. Cada tetraédrico tiene diez nodos (cuatro medio lado) y cada nodo tiene tres

*Figura 3. Elementos sólidos tetraédricos de segundo orden.*

Los bordes y caras de los elementos sólidos de segundo orden pueden asumir la forma geométrica curvilínea o durante el proceso de deformación cuando los elementos se deforman bajo una de las cargas. Por lo tanto, estos elementos mapean precisamente la geometría curvilínea, como se ilustra por la misma geometría del codo, ver *Figura 4.*



*Figura 4. Mallado con elementos sólidos tetraédricos cuadráticos.*

Para elementos excesivamente grandes (como en comparación al tamaño del modelo) los elementos se utilizan para esta malla. Esta malla no es suficientemente refinada para el análisis, aunque utiliza elementos de segundo orden como elementos que requieren una malla significativamente menos refinada en comparación con los elementos de primer orden. Para obtener resultados precisos de estrés, se recomienda utilizar al menos dos capas de elementos de segundo orden a través del espesor de pared. Debido a sus capacidades de mapeo mucho mejores y por su capacidad de modelar el campo de desplazamientos de segundo orden, los elementos de segundo orden tetraédricos se utilizan para la mayoría de los análisis con simulación, aunque los elementos de segundo orden exigen más tiempo de cómputo que los elementos de primer orden.

Tiempo conveniente para mostrar las funciones de mapeo, el tamaño del elemento es demasiado grande para el análisis, aunque los elementos laminados de segundo orden requieren mallas menos refinadas en comparación con los elementos laminados de primer orden.

### Grados de Libertad

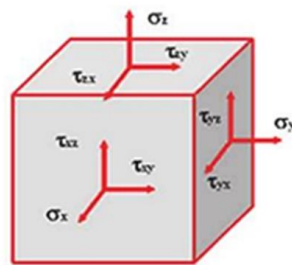
Los grados de libertad (GDL) de un nodo en una malla de elementos finitos define la capacidad del nodo para realizar la traslación o rotación. El número de grados de libertad que posee un nodo depende del tipo de elemento al que pertenece el nodo. Los nodos de un elemento sólido tienen tres grados de libertad mientras que los nodos de los elementos laminados tienen seis grados de libertad. Para describir la transformación de un elemento sólido de su forma original a la forma deformada, hay necesidad de conocer sólo tres componentes traslacionales de los desplazamientos nodales para cada nodo. En el caso de elementos laminados, tenemos que saber, no sólo los componentes de traslación de los desplazamientos nodales, pero también los componentes de desplazamiento rotacional. Por lo tanto, incorporadas (o rígidas) las restricciones aplicadas a elementos sólidos requieren de ser limitados a solamente tres grados de libertad. Las mismas limitaciones se aplican al elemento de lámina, requieren que todos los seis grados de libertad estén limitados. Una falla para limitar los grados de libertad de rotación puede resultar en una bisagra de soporte involuntaria en lugar de una destinada como soporte rígido.

### Cálculos en AEF

Cada grado de libertad de cada nodo de una malla de elementos finitos constituye una incógnita. En análisis estructural, grados de libertad asignados a los nodos pueden ser pensados como los desplazamientos nodales. Desplazamientos son incógnitas primarias y siempre se calculan en primer lugar. Si se utilizan elementos sólidos con componentes de desplazamiento de tres grados de libertad (tres incógnitas) por cada nodo deben calcularse. Uso de elementos de lámina, componentes de desplazamiento con seis grados de libertad por nodo (seis incógnitas) se deben de calcular. Todos los demás aspectos del análisis, como las tensiones, se calculan en base a los desplazamientos nodales. De hecho, algunos programas AEF ofrecen soluciones con cálculo del estrés como una opción, no es un requisito.

### Interpretación de los resultados

Los resultados de AEF se tensiones y estrés para un el análisis estructural más criterios para interpretar máximo aceptable de frecuencia natural más frecuencia son bastante estrés no lo son. Asuma con el fin de garantizar que aceptable. Para evaluar los mecanismo de una falla



proporcionan en forma de desplazamientos, análisis estructural. Ahora nos centramos en intuitivo. Debemos establecer algunos resultados AEF, ya sean, por ejemplo, el deformación, de tensión máxima o la baja aceptable. Criterios de desplazamiento o evidentes y fáciles de establecer, criterios de que llevamos a cabo un análisis de esfuerzo las tensiones están dentro de un rango resultados, es necesario entender el potencial. Si la parte se rompe, ¿qué

Figura 5. Cubo elemental y sus componentes de estado general.

componente del estrés, es responsable de la falla?

Estrés de von Mises

Tensión de von Mises, también conocido como estrés Huber, es una medida del estrés representada en los seis componentes de un Estado general en 3D del estrés, ver Figura 5.

Se aplican dos componentes de esfuerzo cortante y un componente de la ley de la tensión normal a cada lado de un cubo elemental. Debido al requisito de equilibrio, el estado de tensión general en 3D se caracteriza por solo seis componentes de estrés debido a la igualdad, según la ecuación:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}, \tau_{zx} = \tau_{xz} \quad (1)$$

Donde:

$\tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zy}, \tau_{xz}, \tau_{zx} =$  principales estreses de cizalla.

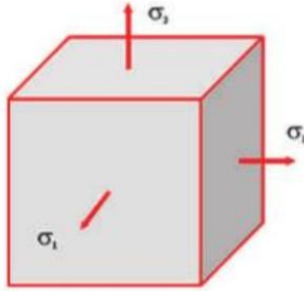
$$\sigma_{eq} = \sqrt{0.5[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (2)$$

Donde:

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z =$  tensiones o estreses principales.

$\tau_{xy}^2, \tau_{yz}^2, \tau_{zx}^2 =$  estreses de cizalla.

Estreses Principales: P1, P2 y P3.



El estado de estrés también puede ser descrito por tres tensiones componentes principales:  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  del cubo elemental de estrés (ver Figura 6).

El estrés de von Mises es representado por la ecuación y puede ser expresada por los componentes definidos por el siguiente sistema global de coordinación de acuerdo con:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{0.5[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]} \quad (3)$$

Figura 6. Cubo elemental y sus componentes estrés principales.

Donde:

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 =$  principales componentes de estrés.

Nótese que el estrés de von Mises es un valor escalar no-negativo. El estrés de von Mises es comúnmente usado como medida porque la seguridad estructural de muchos materiales de ingeniería muestra propiedades del tipo elastoplástico, como el acero, es bien descrito por la magnitud del estrés de von Mises. Para los materiales, el factor de rendimiento de seguridad o el factor final de seguridad puede calcularse dividiendo la tensión de producción (también llamado rendimiento de fuerza) o la tensión final (también llamado fuerza) o la última tensión (también llamada fuerza máxima) del material por el estrés de von Mises.

Tensión P1 que es generalmente resistencia a la tracción, se utiliza cuando la evaluación de estrés resulta en partes hechas de material frágil, cuya seguridad está mejor relacionada con P1 de tensión de von Mises. P3 se utiliza para examinar las tensiones compresivas y presión de contacto.

Limitaciones de la Simulación

Con cualquier programa de AEF, es necesario tomar partido de las fortalezas como también ser consciente de sus limitaciones. Análisis del elemento Finito es conducido bajo los siguientes supuestos:

- El material es lineal
- Las deformaciones estructurales son pequeñas
- Las cargas son estáticas

Estas suposiciones son típicas del programa de AEF usado en el entorno de diseño, así como la vasta mayoría de proyectos de AEF corren exitosamente con las presentes limitaciones. En casos de Análisis del Elemento Finito para materiales no lineales, geometría no lineal o análisis dinámico se utiliza el solucionador para computar desplazamientos grandes. En el presente estudio de materiales con elemento finito el estrés es linealmente proporcional a la tensión. Por ejemplo, en un modelo lineal si el estrés alcanza 100 MPa bajo una carga de 1000 N, entonces el estrés alcanzará 1000 MPa bajo una carga de 10000 N. La flexibilidad de un material no es modelada. Aunque la flexibilidad tiene lugar o no, solo puede interpretarse en base a las magnitudes de estrés reportadas en los resultados. La mayoría de las estructuras analizadas tienen estreses menores al estrés flexible, y el factor de seguridad es frecuentemente relacionable al estrés flexible. De ahí, que las limitaciones del análisis impuestas por el material lineal raramente impiden a los usuarios del programa AEF.

Si la deformación es grande, entonces las suposiciones generalmente no aplican, aunque el programa utilizado tiene algunas capacidades para grandes desplazamientos. Cabe resaltar que una magnitud de deformación no siempre es un factor decisivo cuando se clasifica una deformación como “pequeña” o “grande”. Lo que realmente importa es si algún o ningún tipo de deformación cambia la rigidez estructural en una manera significativa. Los análisis de deformaciones pequeñas suponen que la rigidez estructural se



mantiene constante durante todo el proceso de deformación. Los análisis de deformaciones grandes cuentan para los cambios en la rigidez en que son causados por las deformaciones. Mientras la distinción entre deformación pequeña o grande es bastante obvia para una viga, no lo es tan obvia para una membrana plana a la que se le aplica presión.

### Cargas estáticas

Todas las cargas, así como también las restricciones son supuestamente que no cambian con el tiempo. Esta limitación implica que todas las cargas son aplicadas lentamente suficiente para ignorar los efectos de la inercia. Mientras que todas las cargas en realidad cambian con el tiempo, el modelarlas como elementos estáticos es más frecuentemente aceptable para el propósito del análisis del diseño (Solidworks Corp. 2017).

### Ensayo de tensión

En esta prueba el material suele estirarse y recupera su longitud original si la fuerza no supera el límite elástico del material (Figura 7). Bajo tensiones mayores, el material no vuelve completamente a su situación original y cuando la fuerza es aún mayor, se produce la ruptura del material. Se expresa en términos de cantidades que son funciones del esfuerzo o de la deformación o ambas simultáneamente.

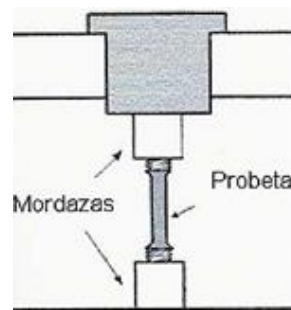


Figura 7. Ensayo de Tensión

A partir de esta prueba, se obtiene un gráfico de  $\sigma$

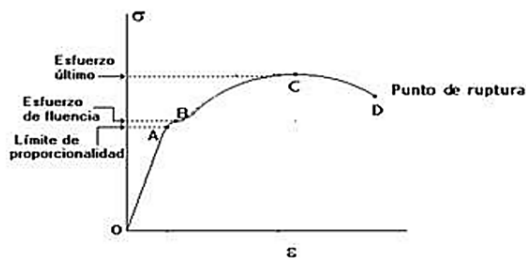


Figura 8. Curva de esfuerzo - deformación

el esfuerzo máximo en que el esfuerzo y la deformación permanecen directamente proporcionales. Se determina trazando una línea recta tangente a la curva, en el origen, y anotando la primera desviación que tenga la curva en su linealidad. b) Límite elástico o esfuerzo de fluencia (B): es el esfuerzo máximo que puede soportar el material sin sufrir una deformación permanente. Para su determinación exacta se requiere que la carga aumente sucesivamente a esfuerzos mayores, seguidos de una descarga y mediciones para detectar alguna deformación permanente.

c) Esfuerzo máximo o esfuerzo último (C): es el esfuerzo máximo que soporta el material.

d) Punto de ruptura (D): se define como la elongación máxima que soporta el material antes de sufrir ruptura. Existen otros parámetros que pueden calcularse como:

e) Elongación en la ruptura: se determina mediante  $\Delta L/L_0$ , en donde  $\Delta L$  es el cambio de longitud ( $L_f - L_0$ ), casi siempre se expresa como porcentaje:

$$\% \text{elongación} = 100 \frac{\Delta L}{L_0} \quad (4)$$

Donde:

$L_f$  = longitud final  
 $L_0$  = longitud inicial;

f) Módulo de elasticidad, módulo de Young o rigidez del material: es la constante de proporcionalidad entre el esfuerzo y la deformación a esfuerzos inferiores al límite proporcional.

$$S = Ee \therefore \frac{S}{e} = E. \quad (5)$$

Donde:

S = esfuerzo; e = deformación; E = módulo de Young que se obtiene:

$$E = \frac{(S_1 - S_2)}{(e_1 - e_2)} \quad (6)$$

Por otro lado, para una fibra de carbono se obtiene un gráfico teórico como se muestra en la Figura 9 y experimental en la Figura 10, (J. TERÁN ET AL., 2018).



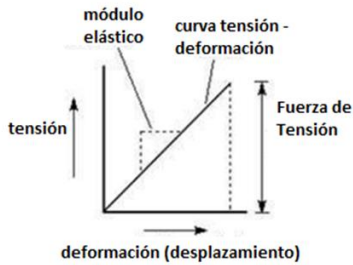


Figura 9. Curva teórica de fuerza vs desplazamiento de la fibra de carbono.

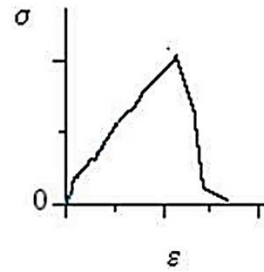


Figura 10. Curva real de fuerza vs desplazamiento de la fibra de carbono

Como se observa, la forma del gráfico obtenido en un material metálico y un material compuesto, difiere en que en este último gráfico solo es posible determinar el límite de proporcionalidad y punto de ruptura.

### Tensión de Von Mises

La tensión de Von Mises se utiliza como criterio para determinar la aparición de fallos en materiales dúctiles. El criterio de fallo indica que el esfuerzo de Von Mises  $\sigma_{VM}$  debe ser menor que el esfuerzo de fluencia  $\sigma_y$  del material (T. R. CHANDRUPATLA AND A. D. BELEGUNDU, 1999). En la forma de desigualdad, el criterio puede ser puesto como:

$$\sigma_{VM} \leq \sigma_y \quad (7)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \sigma_{VM} &= \text{estrés de Von Mises} \\ \sigma_y &= \text{estrés de fluencia} \end{aligned}$$

### Módulo elástico (E)

El Módulo elástico es la pendiente de la línea recta que se forma en la zona elástica de la curva. Para la zona elástica se cumple que  $E = \sigma / \epsilon$ .

El módulo de elástico es una medida de la rigidez del material. Si se tienen dos materiales (A y B), A es más rígido que B si se deforma elásticamente menos que B al aplicarles a ambos la misma fuerza. El material es más rígido entre mayor sea su módulo elástico.

$$E = \sigma / \epsilon \quad (8)$$

Donde:

$$\begin{aligned} E &= \text{Módulo elástico (Módulo de Young)} \\ \sigma &= \text{Tensión (fuerza)} \\ \epsilon &= \text{Elongación (deformación)} \end{aligned}$$

### Relación de Poisson ( $\mu$ )

La relación de Poisson o coeficiente de Poisson es la relación entre la deformación unitaria longitudinal y la deformación unitaria lateral.

$$\mu = \frac{\epsilon_{lateral}}{\epsilon_{longitudinal}} \quad (9)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \mu &= \text{coeficiente de Poisson} \\ \epsilon_{longitudinal} &= \text{deformación unitaria longitudinal} \\ \epsilon_{lateral} &= \text{deformación unitaria lateral} \end{aligned}$$

Buscando el criterio mencionado con anterioridad, denominado estrés de Von Mises, el cual, nos permite conocer las condiciones de esfuerzo combinado que se generan en el sistema, las cuales, al compararse con el módulo elástico y el esfuerzo de fluencia, permiten saber si el material está en la región plástica o elástica.

## 3. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

### Desarrollo de la aplicación

Para el desarrollo de la Interfaz Gráfica de Usuario, se dispuso de MATLAB – GUIDE, una aplicación incluida en Matlab para construir interfaces gráficas de usuario, la cual permite una gran versatilidad al

programar, dadas las facilidades de programar en Matlab y todas las herramientas que están a su disposición, en el caso del solucionador numérico para los cálculos derivados del Análisis del Elemento Finito en la aplicación se reutilizó código. Básicamente, el programa se desarrolló en torno a los requerimientos del usuario, y a cumplir con los objetivos de solución a problemas de tipo estructurales en geometrías sólidas desarrolladas a partir de un programa CAD externo. Satisfizo el objetivo de simplificar el proceso de Análisis Estructurales con el Método de los elementos finitos. El programa se aplicó en una serie de análisis de las piezas que conforman un ensamblaje de un exoesqueleto acoplado a una silla de ruedas, posteriormente, las piezas sometidas se rediseñaron con miras a reducir problemas estructurales.

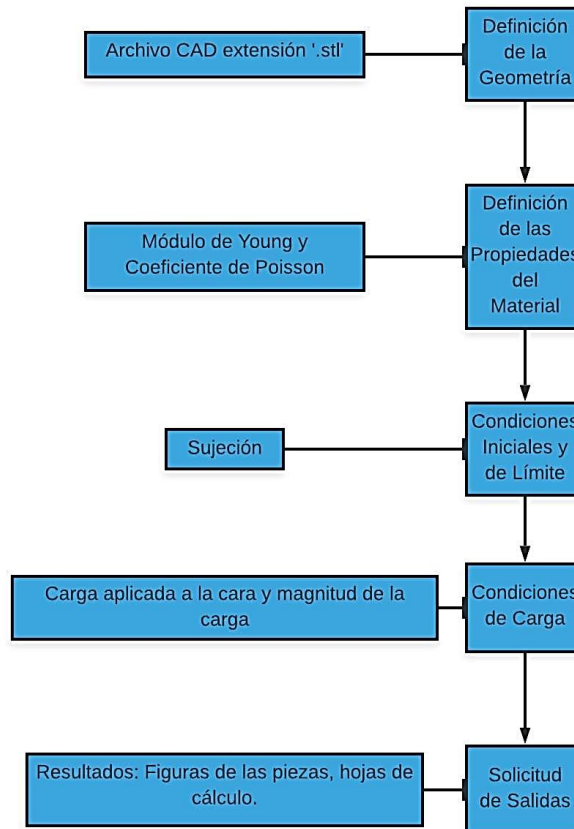


Figura 11. Diagrama del sistema.

Tabla 1. Requerimientos del Usuario.

<b>Función</b>	Cálculo de la tensión de Von Mises en una estructura
<b>Descripción</b>	Calcula la tensión máxima de Von Mises para el material seleccionado con variables físicas definidas por el usuario
<b>Entradas</b>	Lectura del coeficiente de Poisson Lectura del Módulo de Young Lectura de restricciones: cargas y sujeciones
<b>Salidas</b>	Tensión de Von Mises, desplazamientos de las coordenadas x, y, z, figuras 3D.
<b>Acción</b>	Indicar con colores cuando el valor de la tensión de Von Mises se encuentre dentro de los límites seguros del material (Zona elástica)
<b>Requerimientos</b>	Lecturas de las variables físicas de un material y definir las restricciones para el modelo a analizar
<b>Precondición</b>	Conocer el modelo tridimensional

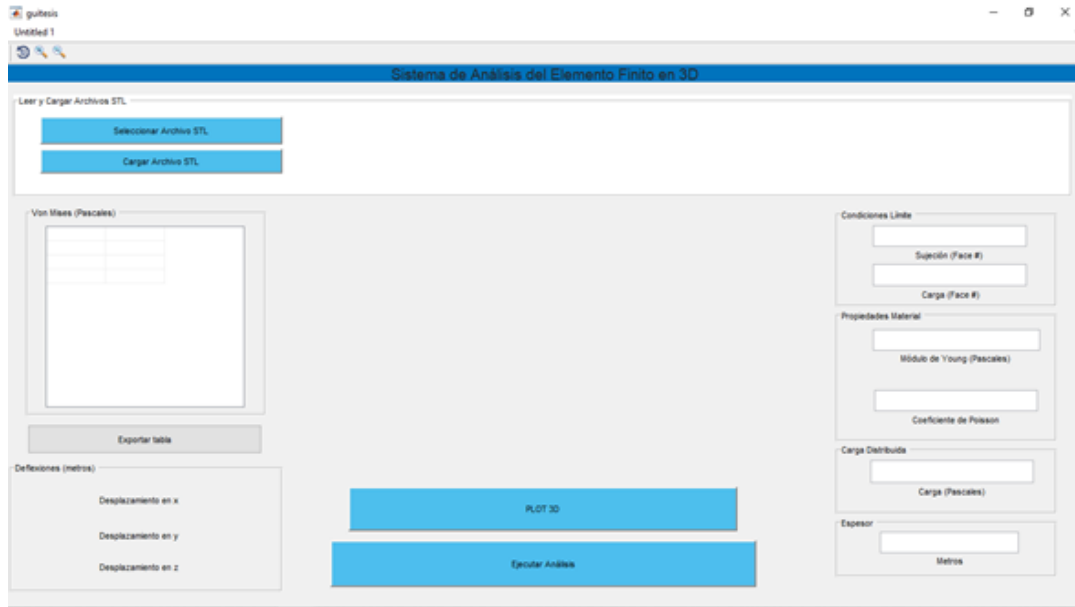




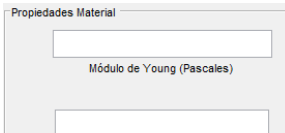
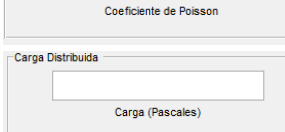
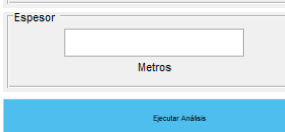
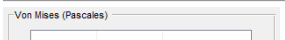



Figura 12. Ventana principal de la Interfaz Gráfica de Usuario.

-  = *Push button* de selección de archivo 3D.
-  = *Push button* de carga de archivo en la memoria.
-  = *Push button* de Imprimir en pantalla la geometría importada, mostrando la geometría seleccionada.
-  = Campos de texto para las entradas de las condiciones límite.
-  = Campos de texto para las entradas de las propiedades del material.
-  = Campos de texto para la entrada de magnitud de la carga.
-  = Campo de texto para la entrada del espesor en coordenada cartesiana 'z'.
-  = *Push button* para correr la simulación.
-  = Tabla de resultados y *Push button* para guardar los datos en un archivo '.csv'.

Deflexiones (metros)
Desplazamiento en x
Desplazamiento en y
Desplazamiento en z

= Área para texto para los valores máximos en los desplazamientos de las coordenadas cartesianas.

#### 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

##### Pruebas aplicadas al exoesqueleto

Prueba 1.

Pieza: FootExo

Restricciones: Condiciones Límite: Sujeción: 50 ( Hoyuelo ), Carga: 16 ( Plantilla ). Propiedades del Material ( Fibra de carbono ): Módulo de Young: 142 GPa, Coeficiente de Poisson: 0.27. Carga distribuida: 23750 Pa. Espesor en coordenada cartesiana ' z ': 0.3 metros.

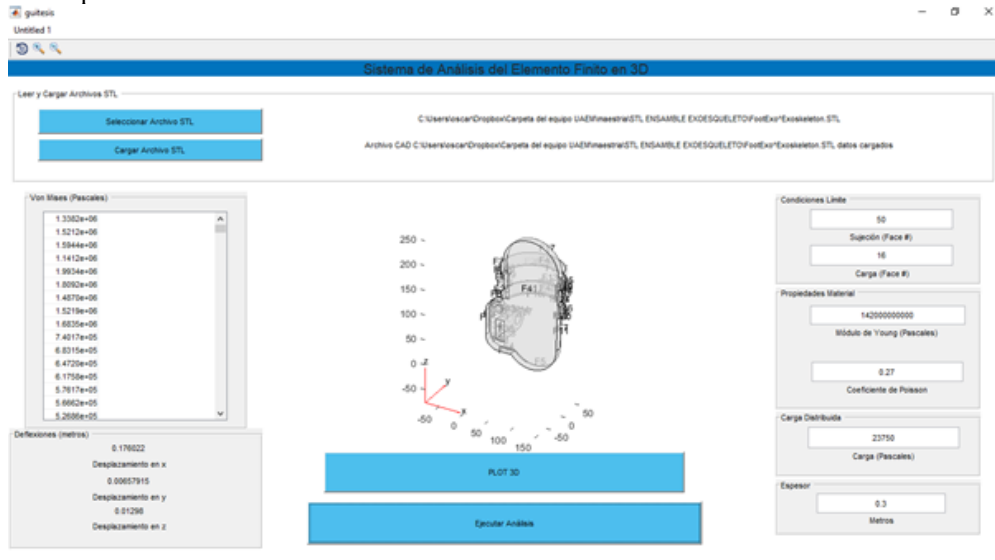


Figura 13. Prueba a primera pieza.

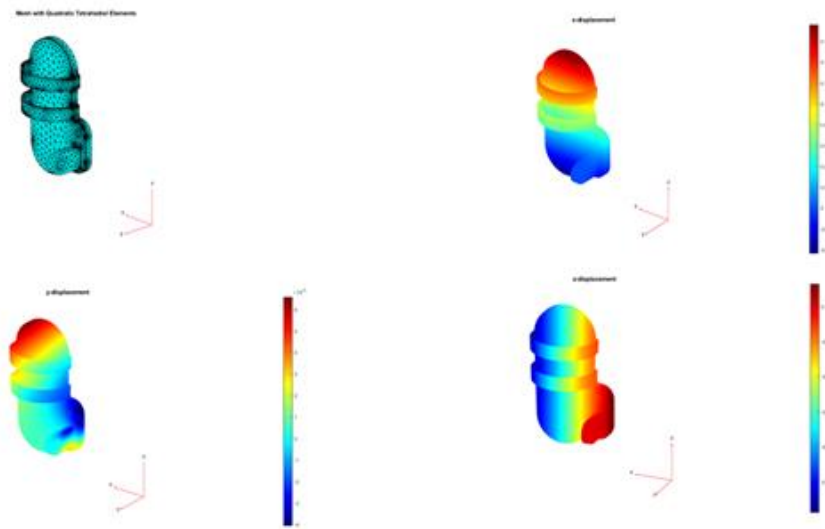


Figura 14. Mallado y Resultados de las deflexiones en x, y, z.

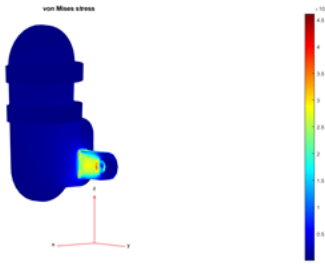


Figura 15. Tensiones de Von Mises.

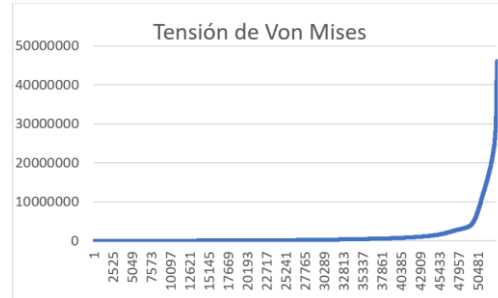


Figura 16. Gráfica de las tensiones de Von Mises.

En los resultados de la prueba 1 se observa una ligera deflexión en la coordenada cartesiana 'x' = 0.176022 metros, la cual puede ser resuelta reforzando la pieza o aumentando su espesor.

Las demás deflexiones no son tan pronunciadas con 'y' = 0.00657915, 'z' = 0.01298 metros, respectivamente, lo cual es muy ligero y no se corre riesgo de una deformación profunda en la pieza.

Observando el criterio de Von Mises, el cual obtuvo un máximo = 46117148.1 Pa y al observar el mapeo de las localizaciones nodales de la variable tensión de Von Mises, ver figura 15, es evidente que hay un área cercana a la sujeción, donde se deberá agregar material o reforzar esa área.

Prueba 2.

Pieza: FootExo(reforzado)

Condiciones Límite: Sujeción: 57 (Hoyuelo), Carga: 10 (Plantilla). Propiedades del Material (Fibra de carbono): Módulo de Young: 142 GPa, Coeficiente de Poisson: 0.27 Carga distribuida: 23750 Pa. Espesor en coordenada cartesiana 'z': 0.3 metros.

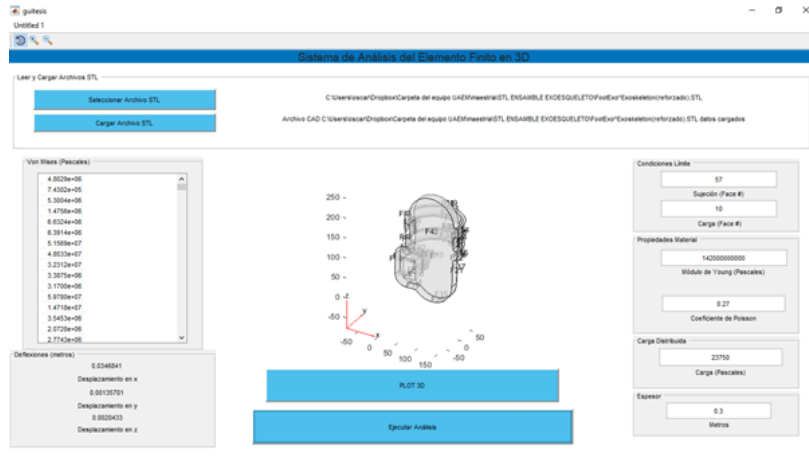


Figura 17. Prueba a la pieza con refuerzo estructural.

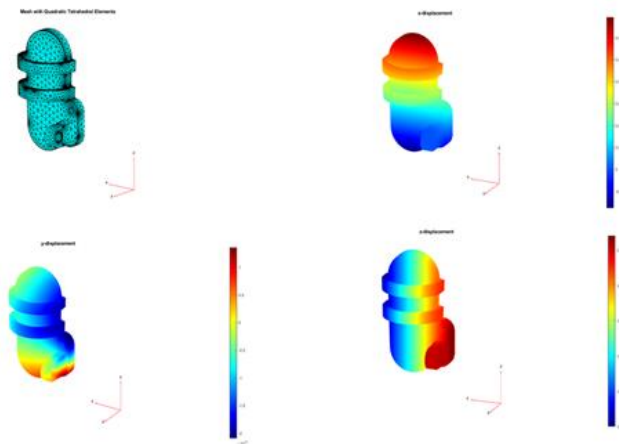


Figura 18. Mallado y Deflexiones de las coordenadas x, y, z.

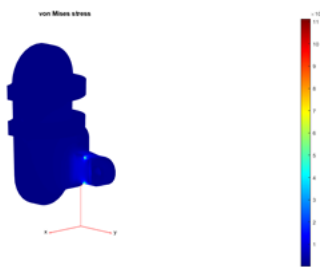


Figura 19. Tensiones de Von Mises.

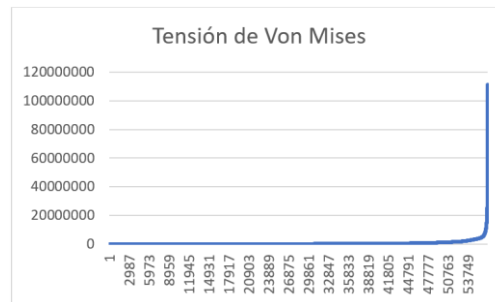


Figura 20. Gráfica de las tensiones de Von Mises.

En los resultados de la prueba 2 muestran un mejor desempeño en todas las pruebas, en las coordenadas cartesianas demuestran una disminución en los desplazamientos, en el eje ' x ' = 0.0346841 metros, disminuyendo la deflexión en esa coordenada, para el eje ' y ' = 0.00135701 metros, reduciendo el desplazamiento, procediendo a la siguiente coordenada ' z ' = 0.0020433, dejando claro que en todas las coordenadas el desempeño de la pieza en términos de desplazamiento máximo se redujo.

Por otra parte, el criterio tensión de Von Mises, su valor máximo resultó = 111234424.7 Pascales, su promedio terminó como 602275.3523 Pascales. Indicando que la pieza se aumentó en cuanto a sus valores. Pero al igual mostró menos nodos críticos con valores altos en los Pascales, ver figura 20. En la gráfica 3D se encontraron menos áreas con nodos de color rojo-naranja-amarillo, la mayor parte de la pieza mostró una coloración azul, ver figura 19.

Tabla 2. Comparación de los resultados de la prueba 1 y 2.

Pieza	Variable	Máximo	Mínimo	Promedio
FootExo^Exoskeleton	Von Mises	46117148.09 Pa	374.2474478 Pa	1365559.75 Pa
FootExo^Exoskeleton(reforzado)	Von Mises	111234424.7 Pa	629.9405659 Pa	602275.3523 Pa
<b>Diferencia</b>		65,117,276.61 Pa	255.6931181 Pa	

Prueba 3.

Pieza: KneeExo1^Exoskeleton

Condiciones Límite: Sujeción: 18 ( Perno ), Carga: 41 ( Soporte ). Propiedades del Material ( Fibra de carbono ): Módulo de Young: 142 GPa, Coeficiente de Poisson: 0.27. Carga Distribuida: 25650 Pa. Espesor de la coordenada cartesiana ' z ': 0.01 metros.

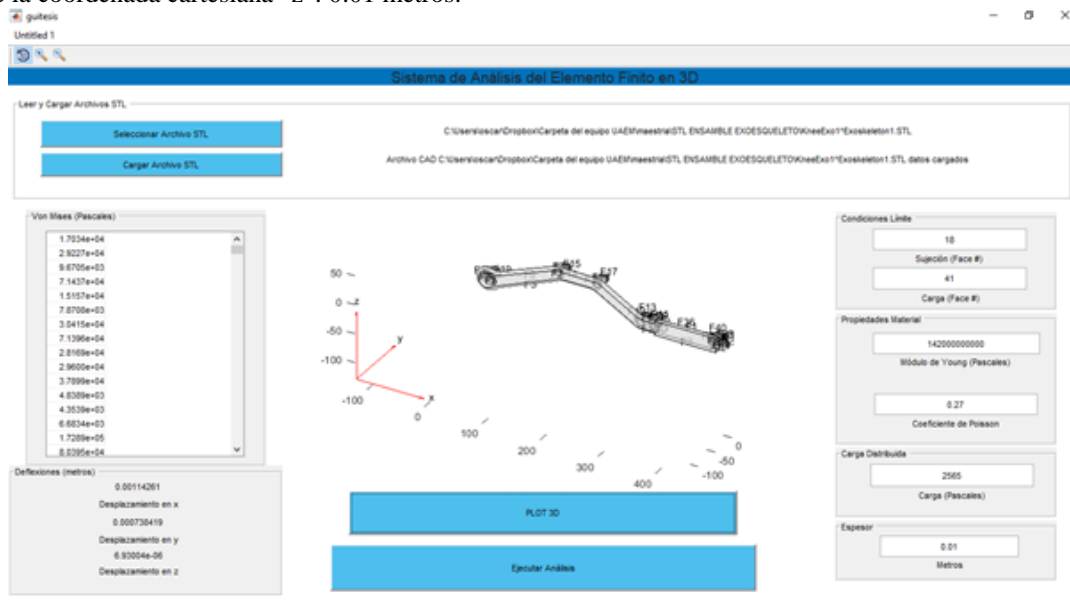


Figura 21. Prueba 3.

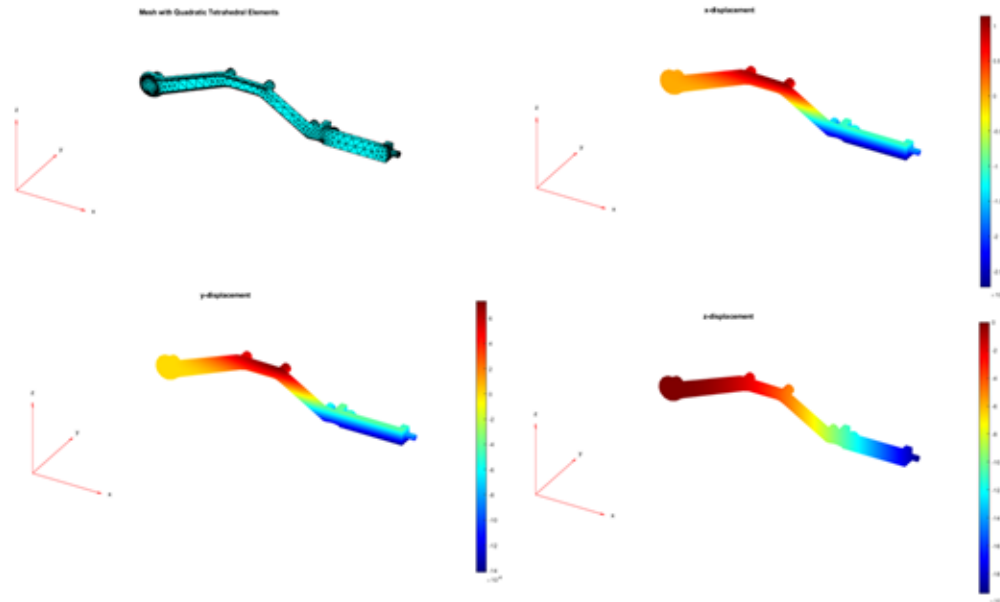


Figura 22. Mallado y Deflexiones de x, y, z.

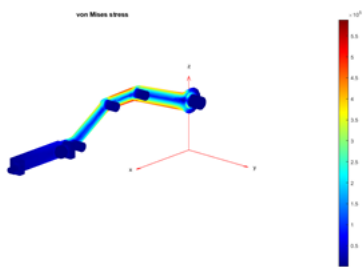


Figura 23. Tensión de Von Mises.

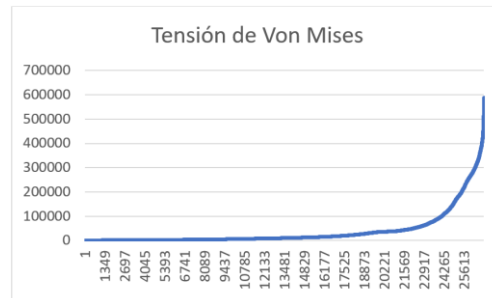


Figura 24. Gráfica de la Tensión Von Mises.

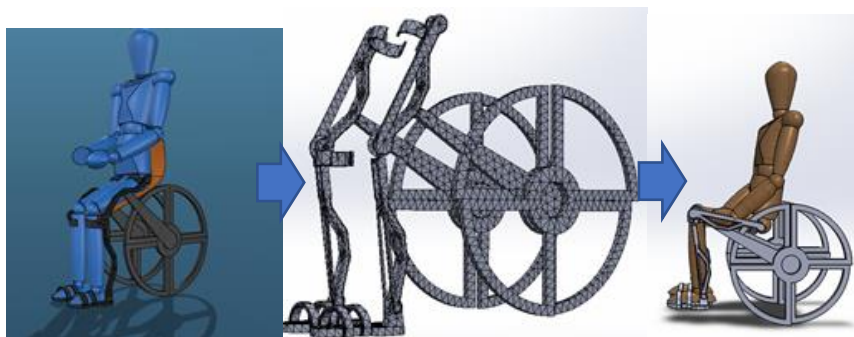


Figura 25. Proceso de Diseño y Análisis.

Dados los resultados por el Sistema de Análisis, mostraron que la pieza se desplazó en la dirección 'x', un máximo de 0.0114261 metros, en la coordenada 'y' = 0.000738419 metros como máximo de desplazamiento, y por último en el eje 'z' un máximo de  $6.93004 \times 10^{-6}$  metros como deflexión, quedando como un valor muy cercano a cero.





Para el caso de la tensión de Von Mises, el sistema arrojó los siguientes resultados; el valor máximo de la tensión de Von Mises fue = 588339.5117 Pa, la media = 38582.47652 Pa, y un valor mínimo = 0.453443372 Pa. Observando la figura 23, se pueden distinguir áreas de coloración rojo, amarillo y naranja en los contornos adyacentes a la sujeción.

Después de evaluar el ensamblaje original y hacer los refuerzos a las piezas más vulnerables, se pudo observar el ensamblaje con un nuevo tipo de estructura reforzada, ver figura 57 y 58.

Figura 26. Ensamblaje reforzado.

## 5. CONCLUSIONES

El proceso de evaluación del diseño de la silla de ruedas pudo mostrar las posibles fallas del mismo, al elegir la fibra de carbono como material para construir los componentes estructurales del exoesqueleto, se confirmó la rigidez y ligereza necesaria para soportar la exigencia que se requiere en un equipo ortésico. Las personas con lesiones en la columna y otros problemas de movilidad se pueden beneficiar al contar con un equipo ligero, rígido y seguro. La aplicación desarrollada para simplificar la simulación con Elemento Finito, mostró que MATLAB es un entorno de programación muy versátil para fines como el de la presente investigación. Dadas las características de programación que tiene GUIDE y sus múltiples cajas de herramientas para resolver problemas de diversos campos de aplicación, la elección de un programa como MATLAB es pertinente. Las variables encontradas en las pruebas por el sistema demostraron que en cuanto se refuerzan las estructuras, las escalas de colores, representan de forma muy clara el cambio de valor por cada localización nodal, dependiendo de las restricciones del sistema y de la geometría importada. Las piezas y ensamblajes se diseñaron con Solidworks y la plataforma 3DEXPERIENCE, dadas las interfaces intuitivas que tienen estos programas de diseño CAD, y que además proveen de salidas como archivos compatibles con la aplicación del Análisis del Elemento Finito, dejando en claro, que la selección del programa de diseño CAD no es una restricción al momento de Simular los estudios estáticos que la presente aplicación ejecuta.

RECEIVED: OCTOBER, 2021.

REVISED: JANUARY, 2022.

## REFERENCES

- [1] BARRAGÁN GUERRERO D. O. (2008): **Manual de Interfaz Gráfica de Usuario en Matlab.**
- [2] CHANDRUPATLA T. R. AND BELEGUNDU A. D. (1999): **Introducción al Estudio del Elemento Finito en Ingeniería.**
- [3] GINER E., LARRAINZAR-CARRIJO R., CAEIRO JR M. M., AND MIGUÉLEZ M. (2019): Validación experimental de un modelo de análisis de elementos finitos en fractura de cadera y su aplicación clínica, **Rev. Esp. Cir. Ortop. Traumatol.**, 63, 145–154.
- [4] PETINRIN M. O. (2010): Development of graphical user interface for finite element analysis of static loading of a column using MATLAB, **Leonardo Electron. J. Pract. Technol.**, 9, 131–142.
- [5] RAMÍREZ ARIAS J. L, MARTÍNEZ QUINTERO J. C. (2011): Simulación de elementos finitos de un dispositivo adaptado a una silla de ruedas para automatizarla y Modelado 3D con Matlab, **Ing. Solidar.**, 6, 53–58.
- [6] ROMERO J. L., LÓPEZ E. M., ORTEGA M.A., RÍO O. (2017): Análisis de pilares con deformación por cortante mediante elementos finitos y acciones repartidas equivalentes, **Rev. Int. Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ing.**, 33, 280–290.
- [7] SMITH R. Y. (2008): Método de Elementos Finitos Antonio Carrillo Ledesma”.
- [8] Solidworks Corp. (2017): Manual Solidworks Simulación. 505.
- [9] TERÁN J. ET AL. (2018): Metodología para estimar la resistencia a la tensión de compuestos de fibra de carbón , *Sanfandila*, no. 504, 96.

- [10] WOODWARD A. *ET AL.* (2017): A low cost framework for real-time marker based 3-D human expression modeling, **J. Appl. Res. Technol.**, 15, 61–77.