

ANÁLISIS DE CAUSALIDAD ENTRE LAS TRANSFERENCIAS MONETARIAS Y LA POBREZA EN CARTAGENA DE INDIAS. ESTIMACIÓN DE UN MODELO DE VECTORES AUTORREGRESIVOS BAYESIANOS

Rahmer, De Jesús Bruno¹, Hernando Garzón Saénz y José Solana Garzón
Tecnológico Comfenalco (Colombia)
Correo electrónico:

ABSTRACT

The phenomenology of poverty, characterized by an aggravated deprivation of human needs and insufficient attributes with respect to a fixed threshold, has gained relevance as a body of study in underdeveloped nations such as Colombia. In the last five years, multisectoral integration and the convergence of the prevailing institutional forces have become increasingly evident with a view to overcoming distributive conflicts and propitiating the appropriate conditions for certain economic agents to obtain purchasing power for physical subsistence. This article sets out as a cardinal objective the elucidation of causal relationships between monetary income and a set of monetary transfers (family, food and early childhood subsidy) received by families residing in marginal zones of Cartagena. For this purpose, a Bayesian VAR model is constructed, after formal verification of certain statistical assumptions. The results obtained indicate that the effect of the family subsidy on income is practically nil, the food subsidy has a low effect on final income, while transfers to early childhood do have a significant short-term effect on family income.

KEYWORDS: Bayesian VAR, Familiar income, monetary transfer, poverty, subsidies.

JEL: C1, I3, H20

MSC: 62C10; 62P20.

RESUMEN

La fenomenología de la pobreza, caracterizada por una privación agravada de las necesidades humanas y la insuficiencia de atributos respecto a un umbral fijado ha ganado relevancia como cuerpo de estudio en naciones subdesarrolladas como Colombia. En los últimos lustros se hace cada vez más patente la integración multisectorial y la convergencia de las fuerzas institucionales con miras a propiciar las condiciones adecuadas para que ciertos agentes económicos obtengan capacidad adquisitiva necesaria para la subsistencia física. En el presente artículo se traza como objetivo cardinal la dilucidación de relaciones de causalidad entre la renta monetaria y un conjunto de transferencias monetarias (subsido familiar, alimentario y para la primera infancia) percibidas por familias residentes en la zona suroccidental y suroriental Cartagenera, que se hallan en condiciones de vulnerabilidad socioeconómica. Para tal propósito se estima un modelo de Vectores Autorregresivos bajo un enfoque bayesiano, previa contrastación formal de ciertos supuestos estadísticos. Los resultados obtenidos indican que el efecto del subsidio familiar sobre la renta monetaria es prácticamente nulo, el subsidio alimentario produce un efecto bajo pero escrutable sobre la renta final, mientras que las transferencias a la primera infancia sí tienen un efecto significativo a corto plazo sobre la renta familiar.

KEYWORDS: Ingresos familiares, transferencias monetarias, subsidios, VAR Bayesiano

1. INTRODUCCIÓN

La pobreza es uno de los indicadores profusamente utilizados para cuantificar el nivel bienestar de las sociedades y es considerada en el recinto académico como un complejo fenómeno que ejerce influencia negativa en las distintas esferas de la experiencia vital humana. La heterogeneidad de la constelación de factores que explican este estado ha abierto la vía para la construcción de enfoques teóricos variopintos, múltiples aproximaciones y modelos de intervención. El análisis de la pobreza, sin ningún género de dudas, reclama centralidad en los debates que se sostienen en la palestra pública. Así por ejemplo, en la trastienda

¹ brunodejesus.2509@gmail.com

política se inquiera constantemente sobre las causas de tal fenómeno, en procura de vertebrar acciones correctivas.

Los factores posibilitantes de la maximización de ingresos y el nivel de consumo suficientes para escapar de la pobreza tienen una dimensión individual y otra orgánica y social y/o institucional, tratadas, respectivamente, en los enfoques de las capacidades y de la exclusión social.

Las instituciones públicas suelen instrumentar estrategias *sui generis* para la intervención sistémica de núcleos sociales con carencias materiales y así, obliterar el efecto pernicioso de los determinantes que perpetúan el ciclo auto mantenido de las trampas de pobreza. Es consabido que la generación de ingresos no produce automáticamente la satisfacción de las necesidades básicas. Así, por ejemplo, en múltiples escenarios geográficos en la nación colombiana, muchos pobladores cuentan con ingresos que les permiten solventar algunas necesidades básicas, pero debido a la concurrencia de otras circunstancias, la movilidad intergeneracional se ve obturada. En este escenario geográfico, el acceso efectivo al portafolio de servicios institucionales y factores productivos como tierra y capital también suele ser deficiente.

Los regímenes de protección social y transferencias monetarias condicionadas, que comportan una fracción de la totalidad de la oferta pública de bienes y servicios proporcionados por el Estado Colombiano han sido la norma de la programación política contemporánea.

Independientemente de que los programas de transferencia de ingreso, tanto condicionada como incondicionada sean aplicados en diversas regiones del mundo, los aspectos macro de crecimiento, los términos de intercambio, inestabilidad institucional, así como también las altas tasas de urbanización, hacen de Latinoamérica un espacio único de análisis en el seno de la economía del desarrollo. La primera cuestión relevante sobre las modalidades de intervención de un programa de transferencia condicionada es su efectividad en términos de reducción de la pobreza y equiparación de oportunidades, puesto que estos son sus objetivos principales. Otro interrogante que puede plantearse es si la provisión de subsidios puede suponer un problema de riesgo moral, entendido éste, como el cambio de la conducta de un agente económico en función del interés material propio para sacar ventaja de una situación de información asimétrica. En un caso como el descrito aquí, el estado posee información incompleta sobre la disposición de los individuos a utilizar indefinidamente los recursos dispensados o si existe una intención de parte de los agentes de utilizar los servicios asistenciales por encima de una cantidad óptima. Tal circunstancia, ha sido evaluada en el contexto corporativo, gubernamental y para agentes económicos individuales (Berlinger, Lovas, and Juhász, 2017) (Ter-Minassian, 2016).

El debate sobre la necesidad de las transferencias monetarias opera en un marco normativo y pragmático que incorpora aspiraciones ulteriores, efectos deseables, juicios axiológicos y metas políticas. Logra situar en relieve dos cuestiones que, *prima facie*, van en contravía: Por un lado, suele aducirse que su provisión posibilita la adquisición de dotaciones mínimas por parte de agentes económicos en condición de vulnerabilidad y por tanto, tiene un efecto positivo en las condiciones de vida de sus beneficiarios. En contraposición a esta visión se sitúan quienes sostienen que las dádivas y los auxilios no sólo son ineficientes para abatir la pobreza abyecta, sino que crean incentivos inicuos y distorsiones en su espectro de decisiones racionales.

En virtud de lo expuesto precedentemente, se traza como objetivo en este paper la construcción de un modelo de vectores autorregresivos bajo un enfoque bayesiano a fin de dilucidar las relaciones de causalidad entre diversos tipos de transferencias monetarias y el índice de recuento en una muestra de familias localizadas en la zona suroriental y suroccidental de la Ciudad de Cartagena. Bien es cierto que la noción de pobreza monetaria es una aproximación teórica un tanto reduccionista para comprender este fenómeno, que en principio es inabarcable. La utilidad de este enfoque es que proporciona una panorámica somera sobre las características de hogares cuyos ingresos son insuficientes para tener un mínimo vital y, además, constituye un punto de inicialización para focalizar partidas presupuestales en función de las necesidades manifiestas y acometer las necesidades acuciantes tejidos sociales pauperizados como el territorio cartagenero.

2. METODOLOGÍA

2.1 Definición de Variables y Análisis descriptivo

2.1.1 Población y Muestra

El objetivo cardinal del paper construir y validar un modelo bayesiano vectorial autorregresivo que posibilite la dilucidación de relaciones de causalidad contemporáneas entre las variables seleccionadas, a saber:

Transferencias monetarias condicionadas, Inversión en Primera infancia subsidio a alimentación y la tasa de recuento, un proxy de la pobreza. El estudio propuesto es de tipo no experimental, en tanto que no existe una manipulación deliberada de las variables sometidas a estudio.

Con el propósito de recabar evidencia empírica fiable se recurrió a fuentes de información primarias y bases de datos proporcionadas por entidades público-privadas de la ciudad de Cartagena. Más específicamente se utilizar una herramienta estadística denominada “Ficha de caracterización sociofamiliar” en la que se hallan plasmados datos de beneficiarios en las diferentes modalidades de atención en primera infancia a nivel nacional. Las series de tiempo capturadas van desde 2007 hasta 2019 y su periodicidad es semestral. La información corresponde a los barrios del suroccidente de la ciudad mentada.

En los apartes posteriores se reportan los resultados de la aplicación de sendos procedimientos que garantizan la consistencia y eficiencia en la estimación del modelo vectorial autorregresivo bajo un enfoque bayesiano. Una vez construido el modelo se procede a evaluar, desde una perspectiva bayesiana, las dinámicas de causalidad entre variables para distintas taxonomías funcionales. Consecuentemente se generan las funciones impulso respuesta -con el objeto de identificar las interacciones dinámicas que caracterizan el sistema multiecuacional- y las predicciones de la demanda, a partir de los datos históricos colectados. Esto, con el fin de evaluar su eficiencia predictiva y contrastar los resultados con otros modelos de series temporales.

2.3 Generalidades y estimación de un modelo Var Bayesiano

Los modelos VAR a menudo implican estimar una gran cantidad de coeficientes en comparación con la cantidad disponible de observaciones, derivando ello en la estimación imprecisa de los coeficientes (el problema de "ajuste excesivo"). El enfoque bayesiano sugiere una solución a esta *maldición de dimensionalidad* mediante la introducción de distribuciones a prior. En un marco de estimación clásico, resulta complejo incorporar información tácita, en aguda contraposición al marco bayesiano que incorpora naturalmente la incertidumbre de los parámetros en medidas comunes de precisión. En esencia, el análisis de los modelos VAR bayesianos requieren de un conocimiento apriorístico sobre las propiedades de distribución de las estimaciones paramétricas.

A continuación, se reportan los parámetros de interés, que son: los coeficientes del modelo vectorizado, $\beta = \text{vec}(B)$, la matriz de varianza-covarianza de los residuos, Σ , como uno en $\theta = (\beta, \Sigma)$. Se denota la distribución previa de los parámetros de interés por $p(\theta)$ y la distribución posterior correspondiente por $p(\theta|Y)$.

Al usar el teorema de Bayes, la distribución posterior se resume como el producto de la probabilidad $L(Y|\theta)$ y la $p(\theta)$ priori: $p(\theta|Y)L(Y|\theta)p(\theta)$. Así el objetivo principal de la estimación bayesiana es encontrar los momentos de la distribución posterior de los parámetros de interés. Al igual que en la estimación clásica (frecuentista), se puede interpretar la ubicación y la dispersión de $p(\beta|Y)$ y $p(\Sigma|Y)$ como las estimaciones puntuales de los parámetros.

Este modelo es susceptible a ser expresado en términos de la distribución normal multivariada o en términos de la distribución normal en su variante matricial. Para el primer caso se usa un vector $(nT \times 1)$ y $(y = \text{vec}(y_t))$, que apila todas las observaciones en la primera variable dependiente y luego todas las T observaciones en la segunda variable dependiente, etc. La segunda forma es posible si se define Y , que es una matriz $(T \times n)$ que contiene las observaciones en cada variable dependiente en columnas una al lado de la otra. En particular, denotando: y como un vector o matriz de datos y θ como un vector o matriz, que contiene los parámetros del modelo, una representación tradicional de acuerdo a la regla de Bayes quedaría definida por:

$$p(\theta|Y) = \frac{p(\theta|Y)p(\theta)}{p(y)}$$

Una cuestión fundamental de este enfoque es que θ es tratada como una variable aleatoria y por ende, puede ser expresada con base en la misma regla de probabilidades anterior. Adicionalmente, dado que se está interesado en aprender el comportamiento de θ , se puede obviar el término $p(y)$, con lo que se obtiene la siguiente expresión:

$$p(\theta|Y) \propto p(\theta|Y)p(\theta)$$

El término $p(\theta|Y)$ se conoce como función de densidad "posterior", mientras la función de densidad de los datos dados los parámetros del modelo $p(Y|\theta)$ es la función de "verosimilitud". En tanto $p(\theta)$ se denomina función de densidad a priori, que no depende de los datos. De esta manera, la técnica bayesiana permite incorporar conjuntamente la información inherente en los datos como aquella de carácter externo, permitiendo internalizar el conocimiento del investigador en la función a priori.

La especificación Bayesiana de un modelo VAR tradicional considera que los parámetros θ son variables aleatorias caracterizadas por una distribución normal multivariada con media conocida (θ^*) y matriz de covarianzas dada por $V\theta$. Así la densidad "prior" puede ser reexpresada como

$$y_t = \delta + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p}$$

O expresada en otros términos

$$y = (X \otimes I_k)\theta + \varepsilon$$

Siendo $\theta = \text{vec}(\beta)$ es el operador de apilamiento de columnas, y $y_{(T \times m) \times 1} = \text{vec}(Y)$ es la matriz de observaciones apiladas, $y_{(T \times m) \times 1} \sim (0, \Sigma \otimes I_T)$ es el vector apilado de términos de perturbación, I_k es una matriz de identidad de tamaño $T \times T$ y \otimes es el producto Kronecker.

La función de probabilidad es simplemente la distribución muestral $p(y|\beta, \Sigma)$ que puede expresarse en función de los parámetros del modelo. La distribución normal multivariada de los shocks en la forma vectorizada implica que:

$$\begin{aligned} p(y|\beta, \Sigma) &\propto |\Sigma \otimes I_T|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{1}{2} u'(\Sigma \otimes I_T)^{-1} u\right) \\ &\propto |\Sigma|^{-\frac{T}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \text{tr}((Y - XB)'(Y - XB)\Sigma^{-1})\right) \end{aligned}$$

La función de probabilidad se puede descomponer en dos componentes, a saber, una distribución normal (condicional) para β , dada Σ , y una distribución invertida (marginal) de Wishart. Para este propósito, se utiliza la siguiente regla de descomposición:

$$(Y - XB)'(Y - XB) = (Y - X\hat{B})'(Y - X\hat{B}) + (\hat{B} - B)'X'X(\hat{B} - B)$$

El estimador mínimo cuadrático ordinario de B viene dado por $(X'X)^{-1}X'Y$.

El núcleo de la distribución normal de la matriz es:

$$p(y|\beta, \Sigma) \propto |\Sigma|^{-\frac{T}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \text{tr}((\hat{B} - B)'X'X(\hat{B} - B)\Sigma^{-1})\right)$$

Mientras que el núcleo de la distribución invertida de Wishart es:

$$\propto |\Sigma|^{-\frac{T-k}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \text{tr}((Y - X\hat{B})'(Y - X\hat{B})\Sigma^{-1})\right)$$

Es más conveniente reescribir la distribución normal de la matriz en términos de la distribución normal multivariada, de modo que

$$\begin{aligned} \beta|\Sigma, y &\sim N(\hat{\beta}, \Sigma \otimes (X'X)^{-1}) \\ \Sigma|y &\sim IW(\hat{S}, T - k - n - 1) \end{aligned}$$

Siendo $\hat{\beta} = \text{vec}(\hat{B})$ y $\hat{S} = (Y - X\hat{B})'(Y - X\hat{B})$. A partir de la forma vectorizada puede hallarse que $\hat{\beta} = (x'x)^{-1}x'y \text{ con}(I_n \otimes X)$.

Se tiene entonces una distribución normal condicional para β , dada Σ y una distribución marginal invertida de Wishart para Σ . En tanto que la distribución posterior está centrada alrededor de los mínimos cuadrados ordinarios estimados se tiene que:

$$\begin{aligned} \beta^* &= \hat{\beta} \\ \Sigma^* &= \frac{\hat{S}}{T} \end{aligned}$$

Resulta posible especificar la distribución a priori de tal manera que la distribución posterior esté disponible analíticamente bajo múltiples circunstancias: Si Σ se conoce y la distribución normal a priori de β , si se desconoce Σ y la distribución a priori normal Wishart invertida para $\{\Sigma, \beta\}$, con estructura de Kronecker y cuando se desconoce Σ y la distribución a priori normal Wishart invertida para $\{\Sigma, \beta\}$, sin considerar restricciones. Para el caso que nos ocupa se procederá teniendo en cuenta el segundo caso.

Σ desconocida y distribución inversa de Wishart normal para $\{\Sigma, \beta\}$, con estructura de Kronecker

El prior que se discute aquí se denomina prior conjugado natural ya que proviene de la misma familia de distribuciones que la probabilidad y la densidad posterior. El prior conjugado natural tiene exactamente la misma estructura normal invertida de Wishart que la función de probabilidad, es decir:

$$\begin{aligned} \beta|\Sigma &\sim N(\hat{\beta}, \Sigma \otimes V) \\ \Sigma &\sim IW(S, v) \end{aligned}$$

Con el prior conjugado, también el prior satisface exactamente la misma forma funcional, es decir

$$\begin{aligned} \beta|\Sigma, y &\sim N(\bar{\beta}, \Sigma \otimes \bar{V}) \\ \Sigma|y &\sim IW(\bar{S}, \bar{v}) \end{aligned}$$

Que expresado en términos de función de densidad de probabilidad

$$p(\beta, \Sigma | y) \propto |\Sigma|^{-\frac{T}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \text{tr}\left((\beta - \bar{\beta})' (\Sigma^{-1} \otimes \bar{V}^{-1}) (\beta - \bar{\beta})\right)\right) |\Sigma|^{\frac{\bar{v}+n+1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \text{tr}(\bar{S} \Sigma^{-1})\right)$$

Al multiplicar la función de probabilidad con la distribución anterior se obtiene que:

$$p(\beta, \Sigma | y) \propto |\Sigma|^{-\frac{T}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \text{tr}\left((\beta - \bar{\beta})' (\Sigma^{-1} \otimes \bar{V}^{-1}) (\beta - \bar{\beta})\right)\right) |\Sigma|^{\frac{\bar{v}+n+1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \text{tr}(\bar{S} \Sigma^{-1})\right) \\ |\Sigma|^{-\frac{T}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left((\beta - \bar{\beta})' (\Sigma^{-1} \otimes \bar{V}^{-1}) (\beta - \bar{\beta})\right)\right) |\Sigma|^{\frac{\bar{v}+n+1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \text{tr}(\bar{S} \Sigma^{-1})\right)$$

La primera línea es la función de probabilidad en forma normal multivariada y la segunda línea corresponde a la distribución prior.

Selección de hiperparámetros

La selección de los hiperparámetros se efectúa maximizando la verosimilitud marginal que está analíticamente disponible para modelos de vectores autorregresivos bayesianos con priors conjugados. Para el caso presente, dado que no se dispone de observaciones tipo dummy se tiene que:

$$p(y) = \pi^{-n\frac{T}{2}} \frac{\Gamma_n\left(\frac{T+v}{2}\right)}{\Gamma_n\left(\frac{v}{2}\right)} |\underline{V}|^{\frac{n}{2}} |X'X + V^{-1}|^{-\frac{n}{2}} |\underline{S}|^{\frac{v}{2}} |\hat{S} + \underline{S} + \bar{S}|^{-\frac{T+v}{2}}$$

Donde $\Gamma_n(\cdot)$ denota la función Gamma multivariante.

La expresión anterior es numéricamente inestable para sistemas grandes, motivo por el cual se sugiere utilizar la expresión equivalente pero estable:

$$p(y) = \pi^{-n\frac{T}{2}} \frac{\Gamma_n\left(\frac{T+v}{2}\right)}{\Gamma_n\left(\frac{v}{2}\right)} |I_k + D_{\underline{V}}' X' X D_{\underline{V}}|^{-\frac{n}{2}} |\underline{S}|^{\frac{v}{2}} |I_n + D_{\underline{S}}' (\hat{S} + \underline{S}) + D_{\underline{S}}|^{-\frac{T+v}{2}}$$

Siendo $D_{\underline{V}}$ y $D_{\underline{S}}$ las partes triangulares inferiores de las descomposiciones de Cholesky de \underline{V} , y \underline{S} , respectivamente. Para el cómputo del primer término determinante, se calculan los eigenvalores $D_{\underline{V}}' X' X D_{\underline{V}}$. Posteriormente se adiciona uno a cada valor propio y se toma el producto. El tercer término determinante puede calcularse de modo similar.

Determinación óptima del rezago

Uno de los contratos más habituales en un modelo VAR es el relativo al número de retardos que deben incluirse como variables explicativas. Hay que tener en cuenta que en cada ecuación entra un bloque de retardos de todas las variables del vector y . Es autoevidente que el número de parámetros a estimar crecerá rápidamente con el número de variables del modelo. Para evitar una excesiva sobreparametrización del modelo VAR, una estrategia razonable consiste en incluir en cada ecuación del modelo el menor número de retardos que permita eliminar la autocorrelación del término de error de todas ellas. La selección la longitud óptima del rezago del modelo vectorial autorregresivo se efectúa atendiendo simultáneamente a ciertas medidas de calidad relativa que corresponden a determinadas correcciones sobre el valor muestral de la función de log-verosimilitud. Los criterios de información convencionales son: el Criterio de Información Bayesiano y la evaluación de la significancia individual de los coeficientes estimados. Éste se deriva de una minimización insesgada del valor esperado del criterio de Kullback-Leibler. Se sigue entonces, que un modelo con orden óptimo será aquel que minimice el criterio BIC de la totalidad de modelos alternativos de distintos órdenes.

Contraste de raíces unitarias desde un enfoque bayesiano

Considérese la expresión (Diniz, B Pereira, & Stern, 2020):

$$\Delta y_t = \mu + \delta \cdot t + \Gamma_0 y_{t-1} + \Gamma_1 y_{t-1} + \dots + \Gamma_{p-1} y_{t-p+1} + \varepsilon_t$$

Siendo $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$, $\Gamma_0 = \phi_1 + \dots + \phi_p = 1$ y $\Gamma_i = \sum_{j=i+1}^p \phi_j$ para cada $i = 1, \dots, p-1$

Si el proceso de generación tiene solo una raíz unitaria, una raíz del polinomio complejo $\phi(z)$,

$$1 - \phi_1 z - \phi_2 z^2 \dots \phi_p z^p,$$

Es igual a la unidad, por lo que:

$$1 - \phi_1 - \phi_2 \dots - \phi_p = 0$$

Es decir, $\phi(1) = 0$, y todas las demás raíces están dentro o fuera del círculo unitario. En este caso, $\Gamma_0 = 0$, la hipótesis que se probará al modelar Δy_t . Aunque las pruebas basadas en estos supuestos verifican si el

proceso tiene una sola raíz unitaria, existen generalizaciones basadas en los mismos principios que prueban la existencia de múltiples raíces unitarias.

Considérese ahora el vector de parámetros $\theta = (\rho, \psi)$, en el que $\rho = \sum_{i=1}^p \phi_i$ y $\psi = \mu, \delta, \Gamma_1, \dots, \Gamma_{p-1}$

Suponiendo que σ^2 sea fijo, la densidad a priori para θ se puede factorizar como:

$$h(\theta) = h_0(\rho) \cdot h_1(\psi|\rho)$$

La verosimilitud marginal para ρ es:

$$L_m(\rho|y) \propto \int_{\Psi} L(\theta|y) \cdot h_1(\psi|\rho) d\psi$$

donde $y = \{y_t\}_{t=1}^{T+p}$ es el vector de observaciones, $L(\theta|y)$ la verosimilitud total y Ψ el soporte del vector aleatorio ψ . La verosimilitud marginal, asociada con un prior para ρ , es el principal ingrediente para testear la existencia de raíces unitarias desde una perspectiva bayesiana.

En este caso se prueba que $H_0: \rho \geq 1$ contra $H_A: \rho < 1$. La principal ventaja de esta estrategia es la posibilidad de calcular probabilidades posteriores como:

$$P(\rho > 1|y) = \int_1^{\infty} g_m(\rho|y) d\rho$$

Contraste de causalidad desde un enfoque Bayesiano

Para comparar el modelo no restringido, denotado por M_i , y el modelo restringido, M_j con $i \neq j$ se usa la razón de odds ratios posteriores, que es un ratio de probabilidades posteriores $P(M|y)$. Considérese la siguiente expresión:

$$POR = \frac{P(M_i|y)}{P(M_j|y)} = \frac{P(y|M_i) P(M_i)}{P(y|M_j) P(M_j)}$$

Donde $P(y|M)$ es la densidad marginal de los datos disponibles y $Pr(M)$ la probabilidad a priori del modelo. Para comparar dos modelos competidores, uno también podría considerar usa el factor de Bayes que viene dado por:

$$\beta_{ij} = \frac{P(y|M_i)}{P(y|M_j)}$$

Acótese que se establecen las probabilidades a priori iguales para todos los modelos, por lo que ninguno de los modelos es preferible. Téngase en cuenta que, si se elige no discriminar ninguno de los modelos a priori, estableciendo las mismas probabilidades previas para ambos, los odds ratios posteriores serán iguales a 1 factor de Bayes, es decir, $P(y|M_i)/P(y|M_i) = 1$. Este método de prueba no tiene ninguno de los inconvenientes de la prueba razón de verosimilitudes.

Supóngase que una hipótesis está representada por varios modelos. Sea H_i el conjunto de indicadores de los modelos que representan esta hipótesis, $H_j = \{j: M_j \text{ representa la hipótesis}\}$.

Se está interesado en comparar la probabilidad posterior de esta hipótesis H_i con la hipótesis H_0 , representada por el modelo sin restricciones M_0 . Luego, la credibilidad de la hipótesis, comparada con la hipótesis H_0 , puede evaluarse con el Odds Ratio posterior dado por la expresión:

$$POR = \frac{P(H_i|y)}{P(H_0|y)} = \sum_{j \in H_i} P(M_j|y) P(M_j) \frac{1}{P(M_0|y) P(M_0)}$$

Análisis de cointegración bajo un enfoque bayesiano

El factor de Bayes se utiliza para seleccionar modelos y para la selección del rango de cointegración, utilizando una descomposición derivada de la descomposición de valores singulares. Empero, un procedimiento más simple se presenta a la postre.

En un sistema cointegrado con n variables integradas $I(1)$ si existen r vectores de cointegración entonces el término de corrección de error Π tiene un rango de reducido de r . En este sentido, Π puede ser descompuesta como un producto entre α y β' que tienen rango reducido r . Dado que α es irrestricta y que se tiene un rango de reducción cuando existe cointegración se computa el factor de Bayes para α contra la hipótesis nula que $\alpha = 0$. Es preciso determinar el número de rangos utilizando la forma invertida de la razón de distribuciones de Savage-Dickey dado por:

$$BF_0 = \frac{P(\xi_0|y)}{P(\xi_0)}$$

El denominador es la distribución a priori para ξ evaluada en $\xi = \xi_0$ en la expresión anterior se calcula de forma trivial. El numerador, que es la distribución posterior marginal para ξ evaluada en $\xi = \xi_0$ se calcula de este modo:

$$P(\xi_0|y) = \int P(\xi_0|\Phi, y) P(\Phi|y) d\theta \sim \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P(\xi_0|\Phi^{(i)}, y)$$

En consecuencia, se tiene que el factor de Bayes para α contra la hipótesis nula que $\alpha = 0$ es:

$$BF_{r|0} = \frac{p(\alpha' = 0_{rxn}|y)}{\left(\frac{1}{C_r}\right) p(\alpha' = 0_{rxn}|y)}$$

Siendo $C_r = \int \int \int p(\alpha, \beta, \Gamma, \Sigma)_{rank(\alpha)=0} d\beta \Gamma d\Sigma$ es el factor de corrección requerido para la reducción de la dimensionalidad.

Si existen r vectores de cointegración el factor de Bayes para α'_{rxn} en $BF_{r|0}$, es improbable que sea cero y debe adoptar el mayor de los posibles valores para otros rangos posibles. Para $r = 0$ el factor de Bayes sería igual a 1. En caso de no cointegración α'_{rxn} en $BF_{r|0}$, donde $r \neq 0$ éste es menor que 1.

Muestreo de Gibbs y cálculo de funciones impulso respuesta.

La gráfica de la función impulso-respuesta muestra el shock de las variables endógenas sobre las demás variables del sistema multiecuacional ante cambios en las innovaciones, de modo que, un shock en una variable cualquiera en el período i afectará directamente a la misma y se transmitirá al resto de variables endógenas mediante la estructura dinámica representada por el modelo de vectores autorregresivos. A sabiendas que la obtención estos resultados puede tornarse en un proceso laborioso y altamente complejo, es preciso incorporar información previa en el proceso de estimación del modelo. Se sabe que las estimaciones obtenidas usando métodos bayesianos son generalmente más precisas que las obtenidas usando el enfoque clásico estándar. Además, los métodos de simulación bayesiana como el muestreo de Gibbs proporcionan un modo eficiente para obtener estimaciones puntuales y para caracterizar la incertidumbre en torno a esas estimaciones puntuales.

Para implementar un muestreador de Gibbs se necesita generar muestras de la distribución posterior condicional para cada uno de los parámetros individuales. El proceso del muestreador de Gibbs es una caminata aleatoria a lo largo del espacio de parámetros que inicia en un punto arbitrario y en cada tiempo, el siguiente paso depende únicamente de la posición actual.

El algoritmo de Gibbs consta de los siguientes pasos (Blake & Mumtaz, 2012):

1. Establecer los priors para los coeficientes del modelo y la matriz de covarianza. El prior para los coeficientes del modelo es normal y viene dado por $p(\mathbf{b}) \sim N(\tilde{\mathbf{b}}_0, \mathbf{H})$. En este caso, \mathbf{b} es el vector que denota las estimaciones vía mínimos cuadrados ordinarios de los coeficientes VAR en formato vectorial. \mathbf{H} es la varianza del prior. El prior para la matriz de covarianza residual Σ es el Wishart inverso y viene dado por $IW(\tilde{\mathbf{S}}, \alpha)$. En la primera fase se establece un valor inicial para Σ (por ejemplo, la estimación vía mínimos cuadrados ordinarios de Σ)
2. Muestrear los coeficientes VAR a partir de su distribución posterior condicional $\mathbf{H}(\mathbf{b}|\Sigma, \mathbf{Y}_t) \sim N(\mathbf{M}^*, \mathbf{V}^*)$

Siendo,

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^*_{(N \times (N \times P + 1)) \times 1} &= (\mathbf{H}^{-1} + \Sigma^{-1} \otimes \mathbf{X}_t \mathbf{X}_t')^{-1} (\mathbf{H}^{-1} \tilde{\mathbf{b}}_0 + \Sigma^{-1} \otimes \mathbf{X}_t \mathbf{X}_t' \hat{\mathbf{b}}) \\ \mathbf{V}^*_{(N \times (N \times P + 1)) \times (N \times (N \times P + 1))} &= (\mathbf{H}^{-1} + \Sigma^{-1} \otimes \mathbf{X}_t \mathbf{X}_t')^{-1} \end{aligned}$$

A la posteridad los coeficientes VAR se extraen de la distribución normal:

$$\mathbf{b}^1_{((N \times (N \times P + 1)) \times 1)} = \mathbf{M}^*_{((N \times (N \times P + 1)) \times 1)} + \left[\frac{\tilde{\mathbf{b}}}{(1 \times (N \times (N \times P + 1)))} \times \frac{(\mathbf{V}^*)^{\frac{1}{2}}}{(N \times (N \times P + 1)) \times (N \times (N \times P + 1))} \right]$$

3. Extraer (draw) Σ de su distribución condicional $\mathbf{H}(\mathbf{b}|\Sigma, \mathbf{Y}_t) \sim IW(\tilde{\mathbf{S}}, \mathbf{T} + \alpha)$. Con los parámetros de la distribución inversa de Wishart $\Sigma = \tilde{\mathbf{S}} + (\mathbf{Y}_t - \mathbf{X}_t \mathbf{B}^1) (\mathbf{Y}_t - \mathbf{X}_t \mathbf{B}^1)'$ y $\mathbf{T} + \alpha$ se puede usar el siguiente algoritmo para extraer Σ . Para extraer una matriz $\tilde{\Sigma}$ de la distribución IW con ν grados de libertad y el parámetro de escala \mathbf{S} debe extraerse una matriz con dimensiones de la distribución normal multivariada $N(\mathbf{0}, \mathbf{S}^{-1})$. Se ha de tener en cuenta la siguiente transformación

$$\hat{\Sigma} = \left(\sum_{i=1}^v Z_i Z_i' \right)^{-1}$$

4. El paso 2 y 3 se repite M veces hasta obtener $B^1, B^2 \dots B^M$. Los últimos H valores de B y Σ de estas iteraciones se utilizan para formar la distribución empírica de estos parámetros

Descomposición de la varianza del error

La descomposición de la varianza de un VAR suministra información acerca de la potencia relativa de las innovaciones aleatorias para cada variable endógena. Este ejercicio consiste en descomponer la varianza de las variables endógenas en componentes que permitan aislar la fracción de la variabilidad de cada una de ellas para distintos horizontes predictivos. Tal descomposición se obtiene luego de “ortogonalizar” el vector de perturbaciones, que consiste en distribuir la aportación de las correlaciones reflejadas en la matriz de covarianza entre los distintos componentes del vector de perturbaciones. De esta manera se pueden calcular las contribuciones de las innovaciones sobre el error de predicción del período siguiente. Es esperable que en el corto plazo la propia innovación explique la mayor proporción de este error.

La función produce descomposiciones de varianza de error de pronóstico para el modelo VAR

$$y_t = \sum_{i=1}^n A_i + A_0^{-1} u_t$$

Con $u_t \sim N(0, \Sigma)$

Si la función descomposición de la varianza se basa en la resonancia de impulso ortogonalizada y se computa como:

$$w_{j,k,h}^{OIR} = \sum_{i=0}^{h-1} (e_j' \Phi^i P e_k)^2 / \sum_{i=0}^{h-1} (e_j' \Phi^i \Sigma \Phi^i e_j)$$

3. RESULTADOS

En este apartado se consignan los resultados de la estimación del modelo de vectores autorregresivos bajo un enfoque bayesiano. Asimismo, se reportan los resultados de la aplicación de una batería de test estadísticos que tienen por objeto la corroboración analítica de ciertos supuestos formales. En la Tabla 1 se reporta un resumen descriptivo de las variables seleccionadas para la construcción del modelo. Dada la heterogeneidad de la composición de los hogares, estos factores capturados se expresarán en términos agregados, es decir, en unidades generales lógicas y homogéneas con significancia teórica. Las variables definidas son: Índice de Recuento, Subsidios a la primera infancia, Subsidios a núcleos familiares y subsidios AAVN. La variable Índice de Recuento corresponde el porcentaje de hogares que se encuentran en situación de pobreza monetaria y son beneficiarios del sistema de Bienestar Familiar en la ciudad de Cartagena de Indias. El subsidio a la primera infancia corresponde a un conjunto de transferencias directas a infantes. Estos subsidios no son entregados en efectivo a los núcleos familiares, sino que sus beneficiarios reciben una batería de servicios que puede ser cuantificada en términos monetarios. Para efectos de simplicidad el cálculo del monto percibido por los infantes se prorratea. Aunque las entregas de Alimentos de Alto Valor Nutricional no corresponden a transferencias monetarias condicionadas, per se, son raciones constantes entregadas con una frecuencia mensual. La periodicidad de la recolección de la información es mensual y abarca al último septenio. Asimismo, la Tabla 1 informa los p valores asociados al test de raíz unitaria desde una perspectiva frecuentista y otra bayesiana. La prueba de raíz unitaria se lleva a cabo entonces bajo la hipótesis nula $\gamma = 0$ (existe raíz unitaria) contra la hipótesis alternativa de $\gamma < 0$ (la serie es estacionaria). Los resultados muestran que las probabilidades posteriores no están muy distantes de los valores p del test de Dickey Fuller aumentado. Tal y como se percibe, la totalidad de series expresadas en términos logarítmicos son estacionarias.

Tabla 1. Estadísticas descriptivas

VARIABLE	Media	Desviación Estándar	Mediana	Curtosis	Sesgo	P-value ADF	$P(\Gamma_0 \geq 0 Y)$
Log Índice de recuento pobreza	3,401	15,752	3,561	0,012	0,412	0,001	0,017
Log Subsidio a la primera Infancia (PM)	11,899	2,067	11,030	2,912	0,076	0,003	0,018
Log Subsidio Familias en Acción (FA)	20,366	0,418	5,620	2,974	0,072	0,018	0,022

Log Subsidio AAVN (AAVN)	19,086	3,761	5,332	3,008	0,019	0,026	0,049
--------------------------	--------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

En la Tabla 2 se testea la hipótesis de existencia de relaciones de cointegración entre las variables consideradas. La implicancia de esto es que el rango r proporciona la cantidad de vectores cointegrantes del sistema. Los resultados proporcionados muestran las probabilidades posteriores con $\lambda = 1$ y $\lambda = 0,01$ y la prueba de traza de Johansen. En esta última se testea la hipótesis nula de la presencia de exactamente r vectores cointegrantes contra la alternativa de que existen $r+1$ vectores cointegrantes. El enfoque de este método se basa en la matriz Π . El rango equivale al número de raíces características o valores propios denotados λ , que son significativamente diferentes de cero. Nótese que para $\lambda = 1$ las probabilidades posteriores indican que no hay vectores de cointegración, al 92,1%. Para $\lambda = 0,01$, se arriba a la misma conclusión. Se colige, a partir del resultado de la prueba de Johansen y del Factor de Bayes que no existen vectores cointegrantes (en otros términos, no existe mecanismo de corrección de errores), ergo, no existen relaciones de equilibrio entre las series temporales. Ninguno de los eigenvalores es significativamente diferente de cero, lo que implica que no hay combinaciones lineales de variables que estén integradas en $I(1)$.

Tabla 2. Test de cointegración

	RANGOPr($r Y$) $w/\lambda = 1$	Pr($r Y$) $w/\lambda = 0,01$	P-Value Johansen
$r = 0$	0,921	0,958	0,113
$r = 1$	0,072	0,082	0,414
$r = 2$	0,002	0,010	0,650

En el Tabla 3 se computan los resultados del test de Granger bajo un enfoque bayesiano y frecuentista. Un p-valor inferior a 0,05 permitirá rechazar la hipótesis nula de no causalidad entre la variable dependiente seleccionada en cada panel y las demás, al nivel de confianza prefijado. Es consabido que cada variable endógena puede tratarse como exógena bajo esta metodología. Se puede utilizar el estadístico *chi-cuadrado* (Wald) para contrastar la significación conjunta de las demás variables endógenas rezagadas en cada ecuación. Así, por ejemplo, cuando la estadística de prueba asociada a la variable Subsidio a primera Infancia con referencia a Índice de Recuento adopta un valor igual 84.19173, se rechaza la hipótesis de que los coeficientes rezagados de Subsidio a la primera Infancia en la ecuación de regresión de Índice de Recuento son iguales a cero.

En el caso de los rezagos de subsidios a Primera Infancia y Subsidios AAVN preceden temporalmente los valores presentes de Índice de Recuento, razón por la cual esta variable no puede considerarse como exógena. Dado que el p-valor de la prueba de Wald es menor a 0,05 se rechaza la hipótesis que la variable “Índice de Recuento” es exógena. En este sentido, su comportamiento puede ser explicado por el efecto conjunto de los subsidios en AAVN y subsidios en primera infancia. Los subsidios familiares no son útiles, individualmente, para predecir el comportamiento futuro de la variable recuento. Como es de esperarse, la totalidad de las transferencias monetarias no preceden o guardan relaciones de causalidad contemporáneas entre ellas ni pueden ser explicadas por Índice de recuento. Empero, existe una relación de causalidad unidireccional entre los subsidios a Primera Infancia y Subsidios AAVN hacia el índice de recuento.

En línea con el enfoque ortodoxo del análisis de causalidad en sentido de Granger, el análisis empírico-cuantitativo parte de la evidencia intramuestral. En este apartado la selección del modelo se efectúa utilizando el factor de Bayes. Para tal efecto se evalúan sendos modelos BVAR. En el primer modelo se establecen priors exactamente como se especifican en la Tabla 4 (donde se efectúa la estimación de la longitud de rezago óptima).

En el primer modelo se utiliza las distribuciones priors de los coeficientes tal y como se explicitó en el apartado metodológico. En este caso, la longitud del rezago para todos los modelos candidatos es igual a 2. Para el caso del segundo modelo se han excluido las variables “AAVN” y “FA” y se hipotetiza que la única variable que afecta el índice de recuento es “PM”. El primer modelo irrestricto, donde se incluyen todas variables rezagadas se denominará como ω_α mientras que el modelo que se utiliza para efectos comparativos es ω_β . La elección de este último modelo no es arbitraria, en lo absoluto, sino que se basa en el conocimiento pasado del comportamiento de las variables.

Con respecto a la interpretación de los factores de Bayes, se sugiere que el peso de la evidencia contra la hipótesis nula debería ser 'apenas importante' si $B < 1$. Si está entre 1 y 3, 'positiva', si está entre 3 y 20,

'fuerte' si está entre 20 y 150 y 'muy fuerte' si es mayor de 150. En este caso, los factores de Bayes están expresados en términos de logaritmos. Tal y como se percibe en los resultados que figuran en este apartado el peso de la evidencia contra el modelo irrestricto es fuerte. A contrario sensu, el peso de la evidencia contra el segundo modelo es irrelevante, en consecuencia, hay una fuerte evidencia de la existencia de relación de causalidad en el sentido Granger, de los subsidios infantiles hacia el índice de recuento.

Tabla 3. Contraste de causalidad

ENFOQUE FRECUENTISTA			
Variable exógena: Índice de Recuento			
Excluded	Chi-sq	df	Prob.
Subsidio Primera Infancia	84.19173	2	0.0000
Subsidio AAVN	2.905320	2	0.2334
Subsidio Familiar	4.010234	2	0.1346
Todos	109.0223	6	0.0000
ENFOQUE BAYESIANO			
Hipótesis	$Ln(p(y \omega_i))$	Bayes Factor	Evidencia contra H_0
$H_0: \omega_\alpha$	2	21.9681	Positiva
$H_1: \omega_\beta$	2	0.0482	Apenas importante

En la Tabla 4 se relacionan las ecuaciones que integran el modelo. En este sentido, se reportan los resultados individuales para cada coeficiente estimado, con su respectiva desviación típica y el estadístico t asociado que resulta del cociente entre el coeficiente y su desviación estándar. La estimación bayesiana con un prior Normal-Wishart se lleva a cabo en este epígrafe. Si bien es cierto que el prior de Minnesota tiene una capacidad de pronóstico superlativa, ignora cualquier incertidumbre asociada con la matriz de varianza-covarianza Σ . Esta suposición se relaja mediante un esquema de estimación alternativo. Una vez establecidos los valores de los hiperparámetros se explicita de forma pormenorizada el significado teórico de cada uno de éstos. El parámetro μ gobierna la importancia de las creencias relativas a las propiedades inherentes a las series temporales analizadas. En este caso se establece en $\mu = 0$. Esto obedece a la naturaleza estacionaria de aquellas. Si se corrobora la existencia de raíz unitaria, este parámetro debería ser igual a 1. Por otro lado, el parámetro $\lambda = 0,1$, corresponde al parámetro de ajuste general del modelo (overall tightness). Da cuenta sobre la importancia de las creencias relativas a la información contenida en los registros disponibles. El determinante de la matriz de covarianza de los residuos del BVAR se usa para el cálculo del estadístico BIC que evalúa el ajuste del modelo con respecto a otros modelos candidatos.

Tabla 4. Estimación del modelo BVAR

Bayesian VAR Estimates

Prior type: Normal-Wishart

Standard errors in () and t-statistics in []

	Subsidio Primera Infancia	Subsidio AAVN	Índice de Recuento	Subsidio Familiar
Log (Índice de Recuento(-1))	1.038096 (0.06838) [5.1821]	0.035979 (0.07561) [0.47587]	1.102842 (0.12850) [8.58256]	0.066610 (0.04270) [1.56012]
Log Índice de Recuento(-2)	-0.093998 (0.06350)	-0.055186 (0.07022)	-0.183063 (0.11934)	-0.089559 (0.03965)

	[-1.48021]	[-0.78591]	[-1.53396]	[-2.25857]
Log Subsidio Primera Infancia(-1)	0.004560 (0.04550) [0.11023]	0.929265 (0.05031) [8.4711]	0.993713 (0.08550) [1.6220]	0.059916 (0.02841) [2.10899]
Log Subsidio Primera Infancia (-2)	0.015459 (0.07209) [2.21446]	0.020233 (0.07971) [4.25383]	0.041830 (0.13547) [5.30877]	0.070686 (0.04501) [1.57038]
Log Subsidio AAVN (-1)	0.008896 (0.06663) [1.13351]	0.027529 (0.07368) [0.37363]	0.018184 (0.12522) [6.14522]	0.030526 (0.04161) [0.73368]
Log Subsidio AAVN (-2)	0.024523 (0.06156) [0.39836]	0.053009 (0.06807) [0.77875]	0.013990 (0.11569) [0.12093]	0.033554 (0.03844) [0.87291]
Log Subsidio Familiar(-1)	-0.013292 (0.04540) [0.29281]	0.086594 (0.05020) [1.72510]	-0.017883 (0.08531) [12.20962]	1.345711 (0.02835) [17.4740]
Log Subsidio Familiar(-2)	-0.023750 (0.07166) [-0.33140]	-0.097519 (0.07924) [-1.23062]	-0.039696 (0.13468) [-0.29474]	-0.355117 (0.04475) [-7.93574]
C	0.041565 (0.23443) [0.17731]	0.437410 (0.25922) [1.68743]	0.476176 (0.44055) [1.08086]	0.409367 (0.14638) [2.79659]
R-squared	0.787520	0.991871	0.990995	0.999406
Adj. R-squared	0.787284	0.991718	0.990825	0.999395
Sum sq. resids	360.9544	441.8043	1279.975	139.3466
S.E. equation	0.922663	1.020780	1.737472	0.573278
F-statistic	4193.678	6466.864	5832.815	89145.22
Mean dependent	58.36856	-10.10302	-28.48470	76.72850
S.D. dependent	8.182217	11.21642	18.13946	23.29949

Al estimar un modelo, es menester determinar la longitud de rezago óptima, esto es, la especificación más parsimoniosa y con estadísticos globales de ajuste que refrenden la idoneidad del ajuste. De este modo se soslaya una problemática común conocida como la sobreparametrización. Para efectuar el análisis comparativo entre distintas especificaciones alternativas (número de retardos) es conveniente utilizar los criterios informativos asociados al conjunto del modelo, optando por aquella especificación en la que la ganancia relativa que se produce al incluir un nuevo retardo no sea estadísticamente significativa. En la Tabla 5 se calculan sendos estadísticos para un conjunto de modelos con cantidades distintas de retardos, razón por la cual no es esperable que la totalidad de criterios conduzcan a la misma conclusión. Si se atiende al resultado reportado por el criterio de información bayesiano (SC) y a los demás estadísticos reportados se infiere que la longitud óptima del rezago, en efecto, es igual a 2. Nótese que la totalidad de ellos reporta su valor mínimo a ese retardo, a excepción del estadístico de razón de verosimilitud.

Tabla 5. Determinación del rezago óptimo

Lag	LogL	LR	FPE	BIC	SC	HQ
0	-5012.522	NA	188166.8	23.45659	23.53459	23.51160

1	-2162.572	5633.157	0.323459	10.22282	10.41283	10.29787
2	-2013.985*	15.04708	0.290993*	10.11703*	10.05905*	10.25212*
3	-2116.223	15.05137	0.302456	10.15561	10.64965	10.35075
4	-2101.977	27.35716*	0.304979	10.16383	10.80987	10.41901
5	-2096.061	11.25193	0.319776	10.21106	11.00911	10.52627
6	-2088.254	14.69933	0.332359	10.24943	11.19950	10.62469
7	-2082.835	10.10239	0.349350	10.29899	11.40107	10.73429
8	-2073.480	17.26274	0.360539	10.33012	11.58421	10.82546

* indicates lag order selected by the criterion

LR: sequential modified LR test statistic (each test at 5% level)

FPE: Final prediction error

AIC: Akaike information criterion

SC: Schwarz information criterion

En el Gráfico 1 se reporta un panel combinado de la representación de las funciones impulso-respuesta y se muestra un resumen de los efectos generados por los impulsos inducidos de las variables sobre otras. En este caso, sólo será de interés analizar los paneles gráficos asociados los shocks sobre la variable “Índice de recuento”. La lectura de estas representaciones es sumamente simple: Los gráficos corresponden a las respuestas de la variable Índice de Recuento ante los shocks de la misma y ante los shocks de las otras, esto es, los subsidios a la primera infancia, subsidios AAVN y subsidios a familias en acción. En principio puede percibirse que el modelo satisface las condiciones de estabilidad, pues no se detectan variaciones abruptas de la función impulso-respuesta ante innovaciones de las variables del modelo.

Gráfico 1. Gráfico combinado de funciones impulso-respuesta hacia Índice de recuento

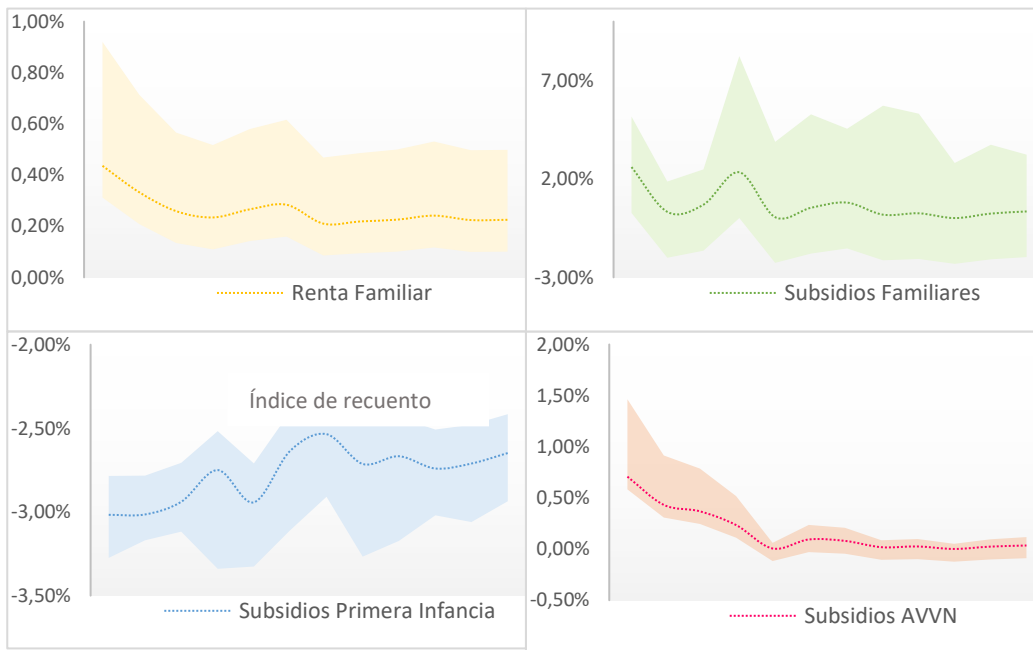
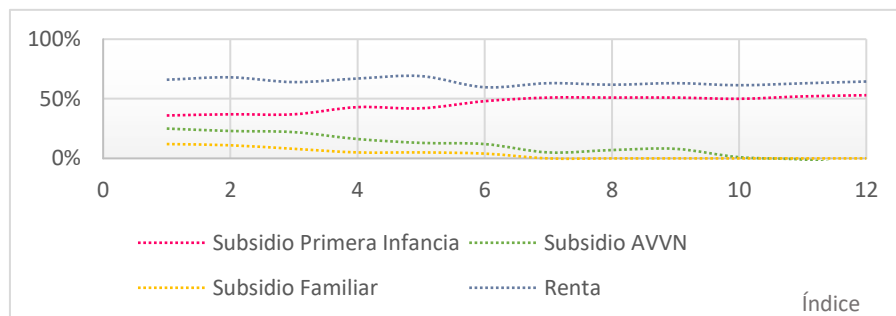


Gráfico 2. Análisis de Descomposición de la Varianza



Se percibe un shock positivo en la variable Índice de Recuento de 0,44 puntos porcentuales generará los siguientes efectos: La perpetuación del efecto en la misma variable que genera un aumento de 0,33 en $t + 1$, y de 0,26 en $t + 2$. Tal shock tenderá a mantener una tendencia estable alrededor de estos valores desde el tercer periodo. No se reportan decrementos ni incrementos abruptos los periodos subsiguientes. También es perceptible que un shock del subsidio familiar ocasiona un incremento inapreciable en el Índice de recuento en $t + 1$ y para $t + 2$. Todas las variaciones oscilan alrededor de cero. Por otro lado, el impacto de los subsidios de AAVN produce un aumento inicial sobre el índice de recuento equivalente a 0,71 puntos y luego se decrementa hasta llegar a 0,01 en el periodo $t + 5$, permaneciendo oscilante alrededor este valor hasta el último periodo referencial. Los subsidios a primera infancia, por otra parte, causan decrementos apreciables del índice de recuento, que oscilan entre los 0,8 puntos porcentuales y los 0,26. Tal efecto se prolonga hasta el séptimo periodo y luego se diluye en los intervalos temporales subsecuentes. De la totalidad de variables analizadas ésta es la que genera impactos más altos sobre la variable índice de recuento.

En este caso, el perfil de las funciones impulso-respuesta (FIR) exhibe cierto nivel de estabilidad, pues son perceptibles efectos transitorios y no abruptos ante variaciones de las innovaciones de cada una de las variables. Nótese que la totalidad FIR suelen converger a un valor próximo a cero en el corto plazo, lo que equivale a aducir, en otros términos, que los choques sobre las variables no tienen efectos permanentes sobre otras variables de interés, sin embargo, la variable subsidios familiares genera efectos prácticamente indiscernibles sobre el índice de recuento. En el análisis de descomposición de la varianza se aísla la variabilidad asociada a la variable endógena en los shocks de los componentes del modelo. En este sentido, se proporciona información sobre la importancia relativa de cada innovación aleatoria para afectar las variables en modelo, en aguda contraposición con las funciones de respuesta al impulso rastrean los efectos de un choque a una variable endógena en las otras variables en el VAR. Al inspeccionar someramente el gráfico de descomposición de las funciones impulso-respuesta es perceptible que la variable “Índice de Recuento” explica proporciones de variabilidad significativamente altas de ella misma. De particular interés es el comportamiento del subsidio a primera infancia pues, explica proporciones paulatinamente crecientes del índice de recuento, en contraste con los subsidios familiares que representan proporciones de varianza poco significativas. La fracción de variabilidad explicada por los subsidios destinados a la adquisición de AAVN decrece progresivamente en los periodos analizados.

4. DISCUSIÓN

Aunque puede existir un argumento normativo que justifique la implementación de programas como las transferencias monetarias condicionadas a gran escala para producir rupturas radicales de la transmisión intergeneracional de la trampa de pobreza.

Ordinariamente se ha sostenido la tesis que la provisión de subsidios genera alguna suerte de externalidad positiva debido a mejoras notorias en la economía local o sobre beneficiarios indirectos que interaccionaron con hogares participantes en programas de asistencia pública. El análisis económico sugiere que un acrecentamiento de la renta por concepto de ingresos no salariales también produce un desplazamiento de la restricción presupuestaria y aumenta el salario de reserva- o salario máximo por el que el laborante no está dispuesto a participar del mercado laboral-, lo que conduce a una reducción del tiempo de trabajo. Es consabido que con salarios de mercado significativamente inferiores al de reserva, los agentes decidirán permanecer al margen del mercado de trabajo. Tales resultados son esperables en tanto que la proporción de montos de dinero sin contraprestación alguna del beneficiario, reduce el costo de oportunidad de no estar empleado (Robins, 1985).

Por otro lado, varios estudios demuestran (L.Sullivan, Thayer, Farnsworth, and Susman-Stillman, 2019) (Aratani, Lazzeroni, Brooks-Gunn, and Diana, 2019) que existe una alta correlación entre las privaciones a las que están sometidos los sujetos de la primera infancia y desventajas socioeconómicas en la vida adulta como son: menor nivel educativo, más probabilidad de experimentar desempleo, ingresos en promedio más bajos que la media, condiciones de vivienda desfavorables, entre otras condiciones ((OCDE), 2015).

Semejante estado de limitación de oportunidades en la niñez genera repercusiones deletéreas en las posibilidades de desarrollo individual y disminuye las posibilidades de movilidad intergeneracional (Weglarz-Ward, Ang, & Gaynes, 2019). Se colige por tanto, que las inversiones durante este período de la vida no solo benefician de manera directa a los sujetos de la primera infancia y los núcleos familiares donde conviven, sino que sus réditos se verán reflejados en el transcurso de la vida, beneficiando a la descendencia de esta población e incluso al núcleo familiar (Bouchard, Cheung, & Pacheco, 2018). Por ello, estas inversiones se vuelven autosostenibles en el largo plazo y de máximo impacto.

Brenner y Pudielko (2019) analizan los efectos de la investigación pública y los subsidios de investigación y educación sobre la fortaleza estructural regional. Con este fin, se necesitan nuevos enfoques en dos aspectos: Los autores utilizan un modelo vector autorregresivo (VAR) para detectar efectos recíprocos. En este estudio, las funciones impulso respuestas muestran que los subsidios ejercen un efecto negativo significativo sobre el empleo. Por lo tanto, los subsidios apuntan más bien a promover nuevos desarrollos, innovación y la calidad del capital humano, que no está necesariamente relacionado con el crecimiento del empleo, especialmente a corto plazo.

Centrándose en el caso de Zambia, los académicos Mason, Wineman, and Tembo (2020), utilizan datos de encuestas de hogares representativos a nivel nacional para estimar los efectos del fertilizante ISP y la semilla de maíz híbrido en el bienestar de los hogares de los pequeños agricultores. Los resultados sugieren que, durante los años de análisis, el ISP de Zambia redujo la tasa de recuento de la pobreza y la gravedad de la pobreza entre estos hogares agrícolas en 1,5 y 9,0 puntos porcentuales, respectivamente. Asimismo, hay evidencia de efectos directos heterogéneos del programa: las mejoras en el bienestar resultantes del ISP son mayores para los hogares con fincas de 1 a 5 ha, hogares encabezados por mujeres y hogares con jefes relativamente mayores.

Al utilizar una submuestra del conjunto de datos de 1430 núcleos de bajos ingresos, Kyung Moon and Kyun (2017) examinan los efectos directos e indirectos de los subsidios para el cuidado infantil y los resultados del desarrollo de los niños. La investigación se centra en los efectos mediadores indirectos de los subsidios para el cuidado infantil en el desarrollo de los niños, ya que aquellos se transmiten a través del empleo, los ingresos y otras variables sociodemográficas. Los resultados indican que los subsidios para el cuidado infantil se asociaron de manera positiva e indirecta con el desarrollo cognitivo infantil. Las madres que recibieron subsidios para el cuidado de niños tenían más probabilidades de estar empleadas y de tener ingresos más altos que las no beneficiarias. También se encontraron canales importantes desde los subsidios para el cuidado de los niños hasta el empleo de las madres, los ingresos familiares hasta la depresión materna y la calidad de la crianza hasta el desarrollo cognitivo de los niños.

5. CONCLUSIONES

El fenómeno de la pobreza trasciende los lindes metodológicos de las ciencias económicas dada su naturaleza multicausal. No es una realidad vedada, que los agentes económicos en tal estado poseen preferencias y necesidades manifiestas relativamente heterogéneas, aunque existan denominadores comunes como, por ejemplo, la limitada dotación de recursos básicos. La implicancia natural de esto es el replanteamiento o reinterpretación del rol de las fuerzas mercantiles y los órganos de planificación central para coordinar y direccionar procesos tendientes al robustecimiento de las economías domésticas subsumidas en la pobreza, previo diagnóstico de las condiciones materiales, identificación de otros concomitantes socio-culturales y evaluación *ex ante* de la eficacia probable de las modalidades de intervención.

En el presente paper se diseñó un modelo de vectores autorregresivos bajo un enfoque bayesiano con el objetivo de modelar las relaciones de causalidad multidireccional contemporáneas entre la renta monetaria de un grupo de familias localizadas en la zona suroriental cartagenera-en evidente estado de privación material- y transferencias monetarias condicionadas como son: subsidios familiares, subsidios a primera infancia y subsidios destinados para la adquisición de alimentos de alto valor nutricional. De acuerdo con los resultados del modelo BVAR, se demuestra que los subsidios a primera infancia pueden ser beneficiosos en tanto que tienen un efecto positivo en la paliación de la pobreza.

Como posibles limitaciones de la investigación se anotan las posibilidades de generalización analítica de los resultados obtenidos a otros núcleos poblacionales, en tanto que el fenómeno de la pobreza suele manifestarse de modo heterogéneo en los distintos sectores geográficos de la nación colombiana. Otra limitación del estudio desarrollado estriba en el procedimiento de selección de la porción de unidades del universo poblacional ya que se ha utilizado una cantidad limitada de registros observacionales. Ello puede afectar notoriamente la fiabilidad estadística, representatividad y posibilidades de extrapolación del andamiaje metodológico a otros casos de estudio.

Dada la escasez de investigaciones cuantitativas sobre la pobreza que se registran en este escenario geográfico se sugiere la ampliación de los planteamientos metodológicos y pragmáticos traídos a colación en este paper. Se conmina a desarrollar investigaciones en sectores geográficos próximos y en otras entidades territoriales a fin de caracterizar el fenómeno de la pobreza y evaluar el impacto de las transferencias monetarias para su mitigación. Se insta igualmente a evaluar la plausibilidad de métodos econométricos y técnicas cuantitativas no ortodoxas para explicar y predecir en el corto plazo la incidencia de la pobreza, así como también,

corroborar analíticamente si el efecto de ciertas políticas públicas de carácter asistencialista y otras modalidades de intervención logran reducir significativamente su prevalencia en tejidos sociales vulnerables. A modo de consideración final ha de afirmarse que los programas de transferencia monetaria tal y como están diseñados actualmente exigen revisiones profundas en su estructuración.

RECEIVED: JANUARY, 2021.

REVISED: AUGUST, 2021.

REFERENCES

- [1] ARATANI, Y., LAZZERONI S., BROOKS-GUNN, J. and DIANA, H. (2019): Housing Subsidies and Early Childhood Development: A Comprehensive Review of Policies and Demonstration Projects, *Housing Policy Debate*, 29, 319-342.
- [2] BERLINGER, E., LOVAS, A. and JUHÁSZ, P. (2012): State subsidy and moral hazard in corporate financing, *Central European Journal of Operations Research*, 25, 743–770.
- [3] BLAKE, A. and MUMTAZ, H. (2012): *Applied Bayesian econometrics for central bankers*, London: Centre for Central Banking Studies.
- [4] BOUCHARD, I., CHEUNG, L. and PACHECO, G. (2018): Evaluating the impact of 20 hours free early childhood education on women’s labour market participation, *School of Economics Working Paper Series*, 1-29.
- [5] BRENNER, T. and PUDELKO, F. (2019): The effects of public research and subsidies on regional structural strength, 29, 1433–1458.
- [6] DINIZ, M. A., C. A., PEREIRA B., and STERN., J. M. (2020): Cointegration and Unit Root Tests: A Fully Bayesian Approach, *Entropy*, 22, 968.
- [7] KYUNG MOON, S. and KYUN, J. (2017): The effects of child care subsidies on children’s health and developmental outcomes, *Journal of Family Studies*, 3, 405-421.
- [8] MASON, N., WINEMAN, A., and TEMBO, S. (2020): Reducing poverty by ‘ignoring the experts’? Evidence on input subsidies in Zambia, *Food Security*, 12, 1157–1172.
- [9] ROBINS, P. K., (1985): A Comparison of the Labor Supply Findings from the Four Negative Income Tax Experiments, *The Journal of Human Resources*, 20, 567-582.
- [10] SULLIVAN, A. L., THAYER, A. J. FARNSWORTH, E. M. and SUSMAN-STILLMAN, A.. (2019): Effects of child care subsidy on school readiness of young children with or at-risk for special needs, *Early Childhood Research Quarterly*, 47, 496-506.
- [11] TER-MINASSIAN, T. (2016): Teoría y práctica internacional en las transferencias intergubernamentales, *Sistemas de transferencias subnacionales: lecciones para una reforma en Colombia*, Banco de la Republica de Colombia, 21-35.
- [12] WEGLARZ-WARD, J., ANG, C. and GAYNES, R. (2019): Supporting High Quality Early Childhood Experiences for Children with and Without Disabilities and Their Families in Nevada, *Policy issues in Nevada Education*. 3, 1