

INFLACIÓN, INCERTIDUMBRE INFLACIONARIA Y CRECIMIENTO ECONÓMICO: EVIDENCIA EMPÍRICA CON MODELOS GARCH BIVARIADOS PARA BRASIL Y MÉXICO

Margarita Cruz Zuñiga*, Diana Laura Ramírez Tapia*, Eduardo Rosas Rojas ¹*

* Universidad Autónoma del Estado de México, Centro Universitario UAEM Valle de México.

ABSTRACT

This paper analyzes the impact of the feedback relationship that exists between inflation, its uncertainty, and the economic growth of the two main Latin American economies. A Bivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity model is developed, which also allows the identification of asymmetric impacts on the conditional volatility of the product and inflation, the sample period corresponds to January 1985 to June 2019. Additionally, causality tests are developed to identify the fulfillment of the main hypotheses raised.

Among the main findings is the verification of the Friedman-Ball hypothesis for both countries in most of the lags. Regarding the second hypothesis, it is found that the central bank of Mexico has presented a stabilizing behavior, while in the Brazilian case an opportunistic behavior has been identified. In the third hypothesis, no causal relationship of inflationary uncertainty towards economic growth is identified, in the case of Mexico; while, in the case of Brazil, an ambivalent causality has been identified, regarding the number of lags. Finally, in the fourth hypothesis we find results that corroborate, mainly for both economies, a positive effect from inflation on economic growth.

KEYWORDS: economic growth, inflation, bivariate GARCH models, causality tests

MSC: 62M10; 62P20.

RESUMEN

En este trabajo de investigación se analiza el impacto de la relación de retroalimentación que existe entre la inflación, su incertidumbre y el crecimiento económico de las dos principales economías de América Latina. Se desarrolla un modelo de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada Bivariado, y que además permite la identificación de impactos asimétricos en la volatilidad condicional del producto y de la inflación, el periodo muestral corresponde a enero de 1985 a junio de 2019. Adicionalmente, se desarrollan pruebas de causalidad para identificar el cumplimiento de las principales hipótesis planteadas.

Entre los principales hallazgos se destaca la comprobación de la hipótesis de Friedman- Ball para ambos países en la mayoría de los rezagos. Respecto a la segunda hipótesis, se encuentra que el banco central de México ha presentado un comportamiento estabilizador, mientras que en caso brasileño se ha identificado un comportamiento oportunista. En la tercera hipótesis no se identifica ninguna relación de causalidad de la incertidumbre inflacionaria hacia el crecimiento económico, para el caso de México; mientras que, para el caso de Brasil se ha identificado una causalidad ambivalente, respecto al número de rezagos. Finalmente, en la cuarta hipótesis se encuentran resultados que corroboran, mayoritariamente para ambas economías, un efecto positivo de la inflación sobre el crecimiento del producto.

PALABRAS CLAVE: crecimiento económico, inflación, modelos GARCH bivariados, pruebas de causalidad

1. INTRODUCCIÓN

El incremento de precios afecta de manera negativa la toma de decisiones de consumidores y productores, ya que genera una pérdida en el poder adquisitivo de las familias, traduciéndose en una reducción del bienestar social. Aunado a ello, la inflación eleva la incertidumbre provocando que disminuya la inversión y, por lo tanto, se frene el crecimiento económico, dañando particularmente los salarios de los ciudadanos y poniendo en desventaja a los agentes económicos con mayor proporción de efectivo; generalmente personas de bajos recursos y que no tienen acceso a los mercados financieros. A su vez, las fluctuaciones provocadas por la incertidumbre deterioran las relaciones comerciales de cada país, generando una pérdida de competitividad y una caída de las ventas que se realizan al exterior.

¹ Corresponding author email: erosasr@uaemex.mx

Comprender el mecanismo de retroalimentación entre la inflación, su volatilidad y el crecimiento económico es fundamental para la implementación de políticas monetarias adecuadas que se ajusten al ciclo económico. De acuerdo con la regla de Taylor (1999), la ecuación de la tasa de interés se explica por tres brechas: la brecha producto, la brecha inflación y la brecha del tipo de cambio. En las economías en desarrollo las dos primeras pueden generar un conflicto por su fuerte correlación negativa. Esto implica que ante la aplicación de un aumento de tasas de interés, para regular la economía, se presente un aumento de precios. En cambio, en los países desarrollados la inflación y el producto se correlacionan positivamente, evitando así el conflicto, ya que, en los periodos de bonanza, el banco central sube la tasa de política monetaria para enfriar la economía y bajar la inflación (Vegh, 2013).

El objetivo de la investigación es deducir empíricamente la existencia de una relación causal positiva desde la inflación hacia la incertidumbre inflacionaria, lo que respaldaría la hipótesis de Friedman (1977) y Ball (1992)² o una relación causal negativa que apoyaría la hipótesis planteada por Pourgerami y Maskus (1987). De igual forma, se busca comprobar la presencia de una relación causal positiva o negativa de la incertidumbre inflacionaria sobre la inflación. Lo anterior comprobaría una postura de los bancos centrales ya sea oportunista o estabilizadora. Finalmente, se busca identificar cuál es la relación de causalidad desde la inflación y su incertidumbre hacia el crecimiento del producto, la teoría económica establece que el efecto puede ser negativo, nulo o positivo.

La metodología desarrollada permite comprobar la presencia de un efecto asimétrico de los choques negativos y positivos (malas y buenas noticias) sobre la varianza condicional del producto y de la inflación, mediante la estimación de un modelo Bivariado de heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada asimétrico con Correlación Condicional Constante (CCC-GARCH bivariado asimétrico). También, es posible medir las relaciones de retroalimentación y sus signos, mediante la prueba de causalidad de Granger (1969)³. Los datos empleados corresponden a Brasil y México para una muestra de enero de 1985 a junio de 2019.

El trabajo presenta la siguiente estructura. Además de esta sección introductoria, en la segunda sección se aborda la revisión teórica que sustenta las hipótesis a comprobar. En la tercera, se desarrolla el marco metodológico empleado para la estimación del valor esperado y la varianza condicional, además de la estructura asimétrica bivariada y las pruebas de causalidad. En la cuarta sección se estiman los modelos y se discuten los resultados. En la última sección se presentan las principales conclusiones de la investigación.

2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

Como primera proposición se presenta la relación de causalidad positiva entre la inflación y su varianza condicional, también denominada hipótesis de Friedman (1977) y Ball (1992). En esta estructura se señala que, como resultado de incrementos en los precios, se presentará una mayor volatilidad inflacionaria en el futuro, por lo que se exhibe una correlación positiva entre estas variables. En contraposición se encuentra la aseveración hecha por Pourgerami y Maskus (1987), en la que señalan una relación de causalidad negativa entre la inflación y su incertidumbre, rechazando que un incremento en los precios dañe su previsibilidad.

En cuanto a la segunda hipótesis de retroalimentación, Cukierman y Meltzer (1986) encuentran evidencia para una relación de causalidad positiva entre la incertidumbre de la inflación y la inflación, sostienen que, cuando la incertidumbre de la inflación aumenta, la autoridad monetaria muestra un comportamiento oportunista; es decir, genera una inflación sorpresiva para los agentes económicos al aumentar la tasa de crecimiento de la oferta monetaria para obtener ganancias en la producción. En contraposición, Holland (1995) sugiere una relación negativa, esto significa que, en el caso de una mayor incertidumbre inflacionaria, los formuladores de políticas exhiben un comportamiento estabilizador que atiende a una autonomía en la aplicación de las políticas monetarias, lo que significa que reducen la tasa de crecimiento de la oferta monetaria para reducir los efectos negativos sobre el bienestar.

² Para Friedman (1977) un incremento en la tasa promedio de inflación conduce a una mayor incertidumbre sobre la tasa de inflación futura. Posteriormente, Ball (1992) utiliza una perspectiva de juego asimétrico entre el banco central y el público para demostrar que, cuando se presentan altos niveles de inflación el público no tendrá certeza sobre la política monetaria futura, ya que desconoce si sus políticos son o no formuladores de políticas antiinflacionarias. A esta relación positiva entre el incremento de precios y su incertidumbre se le denomina hipótesis de Friedman-Ball.

³ La causalidad en el sentido definido por Granger (1969) se infiere cuando los valores rezagados de una variable exógena, x_t , tienen poder explicativo en la regresión de una variable endógena, y_t , y sobre valores rezagados de y_t y x_t .

Para la tercera hipótesis de causación, Dotsey y Sarte (2000) argumentan que una mayor incertidumbre inflacionaria tiene un efecto positivo en el crecimiento del producto, así cuando el crecimiento monetario es más variable, los agentes aumentan sus ahorros de precaución; por lo tanto, los fondos disponibles para inversiones aumentan, lo que lleva al crecimiento de la economía. Por su parte, Friedman (1977) indica en la segunda parte de su hipótesis, que cuando aumenta la incertidumbre de la inflación, esta impacta negativamente el mecanismo de precios al distorsionar su eficiencia en la asignación de recursos, modifica las tasas de interés y el costo real de los factores de producción, así como el precio de los bienes finales; por lo tanto, ejerce un impacto negativo sobre el producto.

Finalmente, en la cuarta hipótesis de retroalimentación, concerniente al impacto de la inflación sobre el crecimiento económico, se identifica una relación positiva. Tobin (1965) argumenta que una inflación anticipada más alta puede aumentar el capital per cápita a medida que los hogares desplazan sus activos (cartera) de los saldos de dinero real (dinero sin intereses) hacia el capital real (formas más productivas), teniendo un aumento en el crecimiento real. En contraste, Stockman (1981) y Pindyck (1991) argumentan que existe un efecto negativo entre la inflación y el crecimiento del producto. Respecto al efecto nulo en la relación entre inflación y crecimiento económico, Sidrauski (1967) afirma que un incremento en la inflación no incide sobre el acervo de capital; para ello, construyó un modelo de la superneutralidad del dinero, tomando en cuenta únicamente las variables reales e ignorando la estructura monetaria del país. En la tabla 1 se pueden identificar las hipótesis planteadas, así como sus referentes teóricos.

Tabla 1. Hipótesis de la retroalimentación entre la inflación, su volatilidad y el crecimiento del producto

Hipótesis	Signo del efecto	Hipótesis	Signo del efecto
(1) La inflación causa Granger a la incertidumbre inflacionaria		(3) La incertidumbre inflacionaria causa Granger al crecimiento del producto	
Friedman (1977), Ball(1992)	(+) Positivo	Dotsey y Sarte(2000)	(+) Positivo
Pourgerami y Maskus (1987)	(-) Negativo	Friedman (1977)	(-) Negativo
(2) La incertidumbre inflacionaria causa Granger a la inflación		(4) La inflación causa Granger al crecimiento del producto	
Cukierman and Meltzer (1986)	(+) Positivo	Tobin(1965)	(+) Positivo
Holland (1995)	(-) Negativo	Stockman (1981) y Pindick (1991)	(-) Negativo
		Sidrauski (1967)	(0) Nulo

Fuente: Elaboración propia

3. METODOLOGÍA ECONOMETRICA

Modelación del valor esperado

Para poder identificar las varianzas condicionales de la inflación y del crecimiento del producto (incertidumbre inflacionaria e incertidumbre del producto), lo primero es identificar el valor esperado de cada variable, es decir su media, y así tener un punto de referencia respecto al cuál se están desviando. Para su estimación se propone una ecuación en diferencias de primer orden que exprese el valor de una variable en función de su propio valor rezagado y un término de perturbación estocástica.

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Esta estructura se puede generalizar para "p" rezagos, donde la observación presente se define como la suma ponderada de una cantidad finita "p" de observaciones antecedentes más un choque aleatorio distribuido independientemente.

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad [1]$$

La función media de este modelo será:

$$E(Y_t) = E(\phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t)$$

$$\mu = \phi_1 \mu + \dots + \phi_p \mu = \frac{0}{1 - \phi_1 - \dots - \phi_p} = 0 \quad \forall \quad \phi_1 - \dots - \phi_p \neq 1$$

Para obtener las varianzas y covarianzas se procede como sigue:

$$E(Y_t, Y_{t-k}) = E(\phi_1 Y_{t-1} Y_{t-k} + \dots + \phi_p Y_{t-p} Y_{t-k} + \varepsilon_t Y_{t-k})$$

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p} + E(\varepsilon_t Y_{t-k})$$

Entonces, si $k = 0$, se tendrá la ecuación para la varianza:

$$\gamma_0 = \phi_1 \gamma_1 + \phi_2 \gamma_2 + \dots + \phi_p \gamma_p + \sigma^2$$

En otro caso, si $k \neq 0$, se trata de la ecuación para las covarianzas:

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p}$$

Esta estructura debe garantizar el cumplimiento de la propiedad de estacionariedad, es decir, tiene que satisfacer las siguientes condiciones: 1) El valor esperado es constante en el tiempo $E(y_t) = E(y_{t+\tau}) = \mu \quad \forall \tau \in \mathbb{R}$; 2) La varianza es constante a lo largo del periodo $VAR(y_t) = VAR(y_{t+\tau}) = \gamma_0 \quad \forall \tau \in \mathbb{R}$; y 3) La función de autocorrelación no depende del tiempo $Autocorr(y_t, y_{t-k}) = Autocorr(y_{t+\tau}, y_{t+\tau-k}) = \rho_k \quad \forall \tau \in \mathbb{R}$. En la práctica es común que las series de tiempo no presenten esta propiedad, es decir que sean no estacionarias. Para garantizar su cumplimiento se aplican pruebas de raíz unitaria, como la prueba Dickey-Fuller Aumentada. En ella se adicionan los valores rezagados y en primeras diferencias de la variable dependiente.

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t$$

Lo que se busca comprobar es que $\delta = 0$, lo que comprobaría que la serie es estacionaria, utilizando para su comprobación el estadístico τ (tau) desarrollado por Dickey y Fuller (1979).

Para la identificación del valor esperado de la tasa de crecimiento de los precios y el crecimiento del ingreso se emplea la metodología de Box-Jenkins (1970), consiste en las siguientes etapas:

- i) **Análisis de Estacionariedad y Estacionalidad.** En esta etapa se debe verificar que la serie sea estacionaria y si presenta alguna variación estacional.
- ii) **Identificación del Modelo Tentativo.** Se utilizan las funciones de autocorrelación simple y parcial, con lo que se busca determinar un patrón de las diferentes autocorrelaciones. En la actualidad existen algoritmos computacionales capaces de desarrollar esta identificación de manera óptima.
- iii) **Estimación de Parámetros.** Se deberán calcular los estimadores del modelo óptimo. Las metodologías empleadas son: Mínimos Cuadrados Ordinarios, Yule-Walker y Máxima Verosimilitud.
- iv) **Verificación del Modelo.** Se calculan los estadísticos de prueba estándar para estimar la bondad de ajuste, a través de la medición de los errores, los criterios de información (BIC o AIC), la bondad de ajuste del modelo y sus coeficientes, pruebas de raíz unitaria sobre los residuos del modelo y pruebas de autocorrelación, entre otras.

Una vez estimado el valor esperado de la inflación y el crecimiento del producto se procede a calcular la varianza condicional de cada variable. Cabe mencionar que estas series económicas exhiben volatilidad, es decir, inestabilidad respecto a su valor esperado. Esta regularidad empírica se manifiesta como largos periodos de inusual variabilidad seguidos de periodos de una relativa tranquilidad. Por lo que, en tales circunstancias la suposición de varianza constante (homocedasticidad) es inapropiada. Para la estimación adecuada de este tipo de comportamiento, se deben emplear modelos de heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada (GARCH) (Brooks, 2019).

Modelación de la varianza condicional

Se sabe que los modelos autorregresivos no capturan el comportamiento aleatorio de la varianza condicional. Para incorporar este hecho estilizado se requiere de una estructura adecuada, es decir, un sistema de ecuaciones que represente la trayectoria estocástica exhibida por la volatilidad de estas variables. Además debe considerar la asimetría generada por el impacto diferenciado de los choques negativos y positivos (buenas y malas noticias, respectivamente). Para superar estas desventajas se propone la implementación de modelos de heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada (GARCH). A continuación, se ejemplifica la estructura completa y para ello se parte de un modelo AR(1) estacionario $y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$, con el que se desea identificar el valor esperado de y_{t+1} :

$$E_t y_{t+1} = a_0 + a_1 y_t$$

Suponiendo que la varianza de ε_t no es constante, se puede estimar cualquier tendencia estocástica utilizando un modelo AR(1), para que la varianza condicional de y_{t+1} sea:

$$var(y_{t+1}|y_t) = E_t[(y_{t+1} - a_0 - a_1 y_t)^2] = E_t(\varepsilon_{t+1})^2$$

Partiendo de que $E_t(\varepsilon_{t+1})^2$ es igual a σ^2 , y que la varianza condicional no es constante. Se puede modelar este comportamiento utilizando un proceso autorregresivo AR (p), que utiliza los cuadrados de los residuos estimados:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \alpha_2 \hat{\varepsilon}_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \hat{\varepsilon}_{t-q}^2 + v_t$$

donde v_t es un proceso ruido blanco. Si $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n = 0$, la varianza estimada es simplemente la constante α_0 . De lo contrario, la varianza condicional de y_t evoluciona de acuerdo con el proceso autorregresivo. Para pronosticar la varianza condicional en y_{t+1} el valor esperado se representa como:

$$E_t \hat{\varepsilon}_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_t^2 + \alpha_2 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \hat{\varepsilon}_{t+1-q}^2$$

Por esta razón, el proceso anterior puede ser nombrado modelo heterocedástico condicional autorregresivo (ARCH). El ejemplo más simple de la clase de modelos multiplicativos condicionalmente heterocedásticos propuestos por Engle (1982) es:

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2}$$

donde v_t es un proceso ruido blanco tal que $\sigma_v^2 = 1$, v_t y ε_{t-1} son independientes entre sí, y α_0 y α_1 son constantes de manera que $\alpha_0 > 0$ y $0 \leq \alpha_1 \leq 1$. Bollerslev (1986) demostró que cualquier modelo ARCH arbitrario puede ser aproximado por la especificación GARCH (1,1)⁴. De esta manera, un modelo GARCH se encuentra definido por:

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t}$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad [2]$$

donde v_t es un ruido blanco y la media no condicional es 0, es importante señalar que ε_t se encuentra dado por $E_{t-1} \varepsilon_t^2 = h_t$, así la varianza condicional de ε_t es un proceso autorregresivo y de medias móviles. Usando el modelo GARCH es posible interpretar la varianza ajustada actual, h_t , como una función ponderada de un valor promedio a largo plazo.

Una característica importante en el estudio del incremento de precios y del producto es el efecto apalancamiento; es decir, los impactos negativos y positivos influyen de manera diferente en la estructura de la volatilidad. De acuerdo con Enders (2015), la idea del efecto apalancamiento se captura en la "nueva información" que es medida por el tamaño de ε_t . Para identificar si existe el efecto diferenciado de los impactos y, en consecuencia, estimar un modelo GARCH asimétrico se desarrolla la prueba de sesgo en signo y magnitud, propuesta por Engle y Ng (1993). Esta prueba se suele aplicar a los residuos estandarizados del modelo GARCH. Para ello, se define S_{t-1}^- y $S_{t-1}^+ = 1 - S_{t-1}^-$ como una *dummy* a la que se le asigna el valor de 1 si $\hat{\varepsilon}_{t-1} < 0$ y cero en cualquier otro caso, lo que define si el signo presenta alguna diferencia. Adicionalmente, se estima si la magnitud de estos impactos exhibe algún efecto en la estructura del modelo. De esta manera, la prueba conjunta para la prueba de sesgo en signo y magnitud se representa como:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \phi_0 + \phi_1 S_{t-1}^- + \phi_2 S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + \phi_3 S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1} + v_t \quad [3]$$

La significancia de ϕ_1 indica la presencia de sesgo de signo, donde los impactos negativos y positivos tienen una influencia diferente sobre la volatilidad en el futuro. Por otro lado, la significancia de ϕ_2 o ϕ_3 muestran la presencia de sesgo en magnitud y donde v_t es un término de error estocástico. Entre las principales investigaciones sobre inflación, incertidumbre inflacionaria y crecimiento económico para los países analizados, se destacan, Grier y Grier (2006), Perrotini y Rodriguez (2012) y Rosas y López (2018). La metodología desarrollada se sustenta en los trabajos de Jiranyakul y Opiela (2011) y Mohd et al. (2013), en estos se identifica la implementación de modelos GARCH asimétricos.

Modelos GARCH asimétricos y multivariados.

Para la comprobación de las hipótesis planteadas se desarrolla un procedimiento que consta de dos etapas. En la primera se estiman los modelos de inflación y producto y sus varianzas condicionales. Entre los principales desarrollos sobre volatilidad condicional con efectos asimétricos se encuentran los trabajos de Glosten, Jagannathan y Runkle (1993), también denominados GJR-GARCH. Destacan por su capacidad para estimar el

⁴ Una estructura GARCH (1,1) se puede representar como una estructura ARCH (∞).

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta_1 \sigma_{t-2}^2) \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_0 \beta_1 + \alpha_1 \beta_1 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta_1^2 \sigma_{t-2}^2 \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_0 \beta_1 + \alpha_1 \beta_1 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta_1^2 (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-3}^2 + \beta_1 \sigma_{t-3}^2) \\ &\vdots \\ \sigma_t^2 &= \frac{\alpha_0}{1 - \beta_1} + \alpha_1 \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon_{t-1-i}^2 \beta_1^i \end{aligned}$$

impacto generado por las malas y buenas noticias que inciden sobre la volatilidad condicional (ecuación [4]). La expresión $\varepsilon_{t-1} = 0$ representa un umbral a partir del cual los choques mayores provocan un efecto diferente en comparación con sus contrapartes ubicados debajo de dicho límite. Su representación es:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1} \quad [4]$$

donde h_t es la estructura de la ecuación [2] con la inclusión de I_{t-1} como una variable binaria, igual a 1 si $\varepsilon_{t-1} < 0$ e igual a cero si $\varepsilon_{t-1} > 0$. La condición para la no negatividad será $\alpha_0 > 0, \alpha_1 > 0, \beta \geq 0$ y $\alpha_1 + \gamma \geq 0$ y cuando $\gamma > 0$, los choques negativos tendrán mayor efecto sobre la volatilidad que los choques positivos. Otra característica importante de esta clase de modelos es que pueden ampliarse a su esquema multivariado, permitiendo la medición de los choques contemporáneos entre las variables correlacionadas, pues es común que la volatilidad en una de las variable afecte la varianza condicional de las demás (Brooks, 2019). En el presente estudio el escenario presenta dos variables cuyos procesos de error se representan como sigue:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1t} &= v_{1t} (h_{11t})^{0.5} \\ \varepsilon_{2t} &= v_{2t} (h_{22t})^{0.5} \end{aligned}$$

En un proceso GARCH multivariante (1,1) todos los términos de volatilidad interactúan entre si, y su representación es la siguiente:

$$h_{11t} = c_{10} + \alpha_{11} \varepsilon_{1t-1}^2 + \alpha_{12} \varepsilon_{1t-1} \varepsilon_{2t-1} + \alpha_{13} \varepsilon_{2t-1}^2 + \beta_{11} h_{11t-1} + \beta_{12} h_{12t-1} + \beta_{13} h_{22t-1} \quad [5]$$

$$h_{12t} = c_{20} + \alpha_{21} \varepsilon_{1t-1}^2 + \alpha_{22} \varepsilon_{1t-1} \varepsilon_{2t-1} + \alpha_{23} \varepsilon_{2t-1}^2 + \beta_{21} h_{11t-1} + \beta_{22} h_{12t-1} + \beta_{23} h_{22t-1} \quad [6]$$

$$h_{22t} = c_{30} + \alpha_{31} \varepsilon_{1t-1}^2 + \alpha_{32} \varepsilon_{1t-1} \varepsilon_{2t-1} + \alpha_{33} \varepsilon_{2t-1}^2 + \beta_{31} h_{11t-1} + \beta_{32} h_{12t-1} + \beta_{33} h_{22t-1} \quad [7]$$

En este modelo, la varianza condicional de cada variable h_{11t} y h_{22t} depende de su propio pasado, el pasado de otra variable, la covarianza condicional entre las dos variables h_{12t} , los errores al cuadrado rezagados ε_{1t-1}^2 y ε_{2t-1}^2 y el producto de los errores rezagados $\varepsilon_{1t-1}^2 \varepsilon_{2t-1}^2$. Estimar este tipo de modelos puede resultar complicado, pues la cantidad de parámetros es grande, y conforme se agregan variables al modelo, se incrementa el número de variables y el orden del proceso GARCH. Para superar esta complicación, se presenta la estructura de correlación condicional constante (CCC), que como su nombre sugiere, restringe los coeficientes de correlación para que sean constantes. Para cada $i \neq j$ el modelo CCC asume que $h_{ijt} = \rho_{ij} (h_{iit} h_{jjt})^{0.5}$, aquí los términos de covarianza son siempre proporcionales a $(h_{iit} h_{jjt})^{0.5}$. Para el caso de dos variables, un modelo CCC podría consistir de las ecuaciones [5] a [7] lo que derivaría en $h_{12t} = \rho_{12} (h_{11t} h_{22t})^{0.5}$ (Enders, 2015), de esta forma se reduce a un solo parámetro, a diferencia de otras especificaciones como las estructuras “*diagonal vech*” o “*BEKK*”.

Causalidad de Granger (Toda-Yamamoto)

Una vez que se han identificado las varianzas condicionales con correlación condicional constante para el producto y la inflación, la segunda etapa del procedimiento establece que se deben llevar a cabo las pruebas de causalidad de Granger. Este desarrollo estadístico supone que la información más importante para la predicción de dos variables, A y B , se encuentra únicamente en la información previa de las series temporales. La prueba consiste en estimar las siguientes regresiones:

$$A_t = \sum_{i=1}^n \alpha_i B_{t-i} + \sum_{j=1}^n \beta_j A_{t-j} + u_{1t} \quad [8]$$

$$B_t = \sum_{i=1}^n \lambda_i B_{t-i} + \sum_{j=1}^n \delta_j A_{t-j} + u_{2t} \quad [9]$$

Para robustecer esta prueba Toda y Yamamoto (1995) desarrollaron un método basado en el modelo de vectores autorregresivos (VAR) aumentado ($k + d_{max}$), donde k es el rezago de tiempo óptimo en el primer modelo VAR y d_{max} es el máximo orden de integración de las variables del sistema. El modelo VAR de causalidad de Toda y Yamamoto se representa como sigue:

$$A_t = \mu_0 + \left(\sum_{i=1}^k \alpha_{1t} A_{t-i} + \sum_{i=k+1}^{d_{max}} \alpha_{2t} A_{t-i} \right) + \left(\sum_{i=1}^k \beta_{1i} B_{t-i} + \sum_{i=k+1}^{d_{max}} \beta_{2t} B_{t-i} \right) + u_{1t} \quad [10]$$

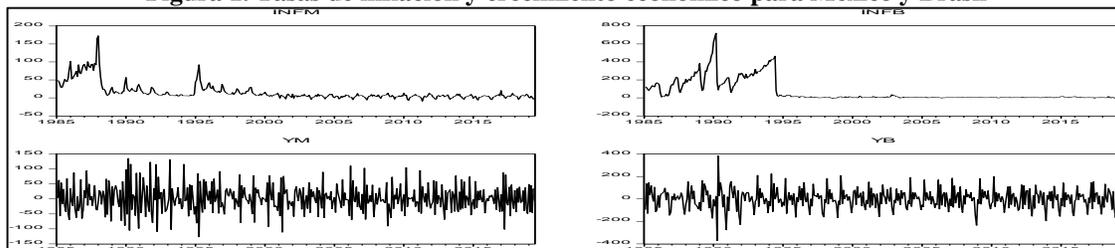
$$B_t = \phi_0 + \left(\sum_{i=1}^k \lambda_{1t} B_{t-i} + \sum_{i=k+1}^{d_{max}} \lambda_{2t} B_{t-i} \right) + \left(\sum_{i=1}^k \delta_{1t} A_{t-i} + \sum_{i=k+1}^{d_{max}} \delta_{2t} A_{t-i} \right) + u_{2t} \quad [11]$$

De esta manera, Toda y Yamamoto (1995) presentan un ajuste que permite estimar la relación de causalidad con total independencia del rango de cointegración y del orden de integración de las variables, lo que permite una estimación más precisa.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para ambas economías, se utilizan datos mensuales de enero de 1985 a junio de 2019 del Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC) con el objetivo de construir las tasas de inflación, como sigue: $\pi_t = \log(INPC_t/INPC_{t-1}) * 1200$; mientras que, las tasas de crecimiento se calculan utilizando el Índice de Producción Industrial (IPI) como variable aproximada del PIB, ya que esta última solo proporciona datos trimestrales y anuales. Las tasas de crecimiento se calculan como sigue: $y_t = \log(IPI_t/IPI_{t-1}) * 1200$. Cabe mencionar que las variables se recabaron de los bancos centrales de cada país.

Figura 1. Tasas de inflación y crecimiento económico para México y Brasil



Fuente: Elaboración propia.

Se examina si las series son estacionarias mediante una prueba de raíz unitaria Dickey-Fuller Aumentada (ADF), empleando el criterio de información de Schwarz y un máximo de 12 rezagos. Se presentan los resultados de las tres categorías: con intercepto, con tendencia e intercepto y sin tendencia e intercepto (tabla 2).

Tabla 2. Pruebas ADF para México y Brasil

	INPC MEXICO	INPC BRASIL	IPI MEXICO	IPI BRASIL
4 rezagos				
intercepto	1.24	1.306	-1.32	-3.11*
tendencia e intercepto	-2.2	-2.46	-2.556	-2.1017
sin tendencia e intercepto	4.869	3.51	1.432	-0.17554
8 rezagos				
intercepto	0.978	1.154	-1.33	-1.66
tendencia e intercepto	-2.08	-2.52	-1.988	-2.0699
sin tendencia e intercepto	3.101	3.01	1.811	0.38653
12 rezagos				
intercepto	-0.154	0.855	-1.5	-1.35
tendencia e intercepto	-3.31*	-2.74	-1.69	-1.3297
sin tendencia e intercepto	0.903	2.37	2.011	0.55285
	INFLACIÓN MEXICO	INFLACIÓN BRASIL	PRODUCTO MEXICO	PRODUCTO BRASIL
4 rezagos				
intercepto	-2.97**	-3.08**	-10.76***	-11.89***
tendencia e intercepto	-3.92***	-4.06***	-10.78***	-11.91***
sin tendencia e intercepto	-2.54**	-2.71***	-10.61***	-11.82***
8 rezagos				
intercepto	-2.58*	-2.43	-9.91***	-16.58***
tendencia e intercepto	-3.26*	-3.28**	-9.99***	-16.62***
sin tendencia e intercepto	-2.31**	-2.17**	-9.57***	-16.55***
12 rezagos				
intercepto	-0.154	-2.03	-5.37***	-6.31***
tendencia e intercepto	-3.58**	-3.71**	-5.51***	-6.34***
sin tendencia e intercepto	-3.15***	-1.96**	-4.99***	-6.26***

Nota:***, ** y * denotan significancia en los niveles 0.01, 0.05 y 0.1 respectivamente.

Fuente: Elaboración propia.

Las pruebas estadísticas indican que las series de tiempo del INPC y del IPI, en niveles, para ambas economías no son estacionarias. Sin embargo, las tasas de crecimiento de ambas variables si presentan la propiedad estadística a un nivel de significancia del 5%. Para la comprobación de las hipótesis se estima el valor esperado de la tasa de crecimiento de la inflación y el producto, mediante de la Metodología Box-Jenkins. Para la determinación del modelo autorregresivo óptimo se utilizó el algoritmo “automatic arima forecasting”. Se trata de una rutina programada en el software estadístico Eviews 12, la cual desarrolla un procedimiento iterativo empleando una serie de criterios de selección establecidos, entre ellos: el criterio de información de Akaike (AIC); el criterio de información Hannan Quinn (HQC); y el criterio de información de Schwarz (BIC), entre otros. Posteriormente, se aplica una prueba de multiplicadores de Lagrange para errores ARCH, con la finalidad de comprobar la presencia de volatilidad condicional. Una vez confirmada la presencia de este fenómeno, se procede al desarrollo de una prueba de sesgo en signo y magnitud para identificar un posible efecto asimétrico (Tabla 3).

Tabla 3. Prueba de Engle y Ng para sesgo y magnitud

País	Ecuaciones
México	$\hat{\varepsilon}_t^2 = 74.5437 + 20.5008S_{t-1}^- + 13.9706S_{t-1}^- * \hat{\varepsilon}_{t-1} + 6.8557S_{t-1}^+ * \hat{\varepsilon}_{t-1} + v_t$ <i>ts.stat</i> = (2.1399) (0.3861) (4.2941) (1.7673)
Brasil	$\hat{\varepsilon}_t^2 = -1534.913 + 1583.66S_{t-1}^- - 11.88267S_{t-1}^- * \hat{\varepsilon}_{t-1} + 197.6139S_{t-1}^+ * \hat{\varepsilon}_{t-1} + v_t$ <i>ts.stat</i> = (-2.1975) (1.5675) (-0.7251) (11.9051)

Nota: Los números en paréntesis representan los valores *p-value del estadístico t-student*

Fuente: elaboración propia

Como se puede observar en la tabla anterior, existe un marcado efecto asimétrico en la inflación de cada país. En consecuencia se deben calcular, para ambas economías, los estimadores del modelo CCC-GARCH-GJR Bivariado.

Tabla 4. Modelo CCC-GARCH-GJR Bivariado (México)

Panel A. Ecuación de la inflación

$$\begin{aligned} \pi_t = & 0.945 + 0.743\pi_{t-1} - 0.201\pi_{t-2} + 0.129\pi_{t-3} - 0.027\pi_{t-4} + 0.089\pi_{t-5} - 0.119\pi_{t-6} \\ & + 0.058\pi_{t-7} - 0.010\pi_{t-8} + 0.051\pi_{t-9} - 0.019\pi_{t-10} + 0.114\pi_{t-11} + 0.006y_{t-1} \\ & + 0.005y_{t-2} + 0.029y_{t-3} - 0.014y_{t-4} + 0.015y_{t-5} + 0.019y_{t-6} - 0.009y_{t-7} \end{aligned}$$

$$h_t = 3.318 + 0.237\varepsilon_{\pi,t-1}^2 - 0.326\varepsilon_{\pi,t-1}^2 * D_{t-1} + 0.728h_{\pi,t-1}$$

Panel B. Ecuación del Crecimiento económico

$$\begin{aligned} y_t = & 3.198 - 0.470y_{t-1} - 0.107y_{t-2} - 0.033y_{t-3} - 0.166y_{t-4} - 0.076y_{t-5} - 0.085y_{t-6} \\ & - 0.088y_{t-7} - 0.100y_{t-8} - 0.129y_{t-9} - 0.158y_{t-10} - 0.094y_{t-11} + 0.444y_{t-12} \\ & - 0.1777\pi_{t-1} + 0.302\pi_{t-2} - 0.084\pi_{t-3} \end{aligned}$$

$$h_t = 308.98 + 0.282y_{t-1} - 0.183\varepsilon_{y,t-1}^2 * D_{t-1} + 0.431h_{y,t-1}$$

Panel C. Coeficiente de correlación

$$h_{ny,t} = -0.013z(h_{\pi,t})^{1/2} (h_{y,t})^{1/2}$$

Nota: Los números en paréntesis representan los valores *p-value del estadístico t-student*

Fuente: elaboración propia

Los paneles A y B contienen los resultados del valor esperado así como la incertidumbre del incremento de los precios y el crecimiento económico, respectivamente. Y el panel C contiene la ecuación del coeficiente de correlación condicional. Para la ecuación que estima el valor promedio de la inflación en México (tabla 4), se implementaron once de sus rezagos, cuyos coeficientes resultaron, en su mayoría, estadísticamente significativos; además de que la suma de los coeficientes no excede la unidad, es decir, se cumple con las condiciones de estabilidad para un sistema de orden superior. También se agregaron siete rezagos del producto que cumplen con las condiciones de estabilidad. Por otro lado, para el valor medio del crecimiento económico se consideran doce de sus rezagos, la gran mayoría significativos, y 3 rezagos de la inflación. Se observa que la ecuación de la varianza condicional para ambas variables cumple con las características requeridas en un modelo óptimo y estable. Como se observa en el caso de la inflación, un choque positivo ($\varepsilon_{\pi,t-1}^2 * I_{t-1}$) en su

varianza condicional representa una mala noticia y comprueba que este tipo de impactos, de igual magnitud, incide más que los negativos, generados por las buenas noticias. Mientras que, para el caso de la volatilidad del producto, el signo negativo del coeficiente que captura la asimetría muestra que las malas noticias (un choque negativo) provocan un mayor efecto en comparación con las buenas noticias.

Tabla 5. Modelo CCC-GARCH-GJR Bivariado (Brasil)

Panel A. Ecuación de la inflación

$$\begin{aligned} \pi_t = & 0.556 + 0.252\pi_{t-4} + 0.021\pi_{t-5} + 0.149\pi_{t-6} - 0.026\pi_{t-7} + 0.122\pi_{t-8} - 0.240\pi_{t-9} \\ & (0.0736) \quad (0.000) \quad (0.7439) \quad (0.0128) \quad (0.6687) \quad (0.1506) \quad (0.0026) \\ & - 0.092\pi_{t-10} + 0.008y_{t-1} + 0.014v_{t-2} + 0.005y_{t-3} \\ & (0.0593) \quad (0.0063) \quad (0.000) \quad (0.0549) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_t = & 4.502 + 0.796\varepsilon^2_{\pi,t-1} - 0.217\varepsilon^2_{\pi,t-1} * D_{t-1} + 0.308h_{\pi,t-1} \\ & (0.000) \quad (0.000) \quad (0.2980) \quad (0.000) \end{aligned}$$

Panel B. Ecuación del Crecimiento económico

$$\begin{aligned} y_t = & -0.155 - 0.299y_{t-1} - 0.128y_{t-2} - 0.183y_{t-3} - 0.234y_{t-4} - 0.082y_{t-5} - 0.188y_{t-6} \\ & (0.9575) \quad (0.000) \quad (0.0129) \quad (0.000) \quad (0.000) \quad (0.0984) \quad (0.000) \\ & - 0.212y_{t-7} - 0.141y_{t-8} - 0.200y_{t-9} - 0.189y_{t-10} - 0.091y_{t-11} + 0.615y_{t-12} \\ & (0.000) \quad (0.0019) \quad (0.000) \quad (0.000) \quad (0.0322) \quad (0.000) \\ & + 0.166\pi_{t-1} - 0.506\pi_{t-2} + 0.397\pi_{t-3} \\ & (0.0158) \quad (0.000) \quad (0.000) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_t = & 785.6941 + 0.096y_{t-1} - 0.797\varepsilon^2_{y,t-1} * D_{t-1} + 0.304h_{y,t-1} \\ & (0.000) \quad (0.0927) \quad (0.0001) \quad (0.0015) \end{aligned}$$

Panel C. Coeficiente de correlación

$$\begin{aligned} h_{ny,t} = & -0.070z(h_{\pi,t})^{1/2} (h_{y,t})^{1/2} \\ & (0.2671) \end{aligned}$$

Nota: Los números en paréntesis representan los valores *p-value del estadístico t-student*

Fuente: elaboración propia

Respecto al valor esperado de la inflación en Brasil se presentan diez términos autorregresivos y tres rezagos del crecimiento económico, siendo estos en su mayoría estadísticamente significativos. Mientras que para el valor medio del crecimiento económico se incluyen doce coeficientes autorregresivos y 3 rezagos de la inflación; además de garantizarse su estabilidad. También se comprueba que, al igual que en México, las malas noticias para la inflación y el producto inciden con mayor magnitud (Tabla 5).

Una vez que se identificó el mejor modelo para cada economía, se procedió a extraer la incertidumbre de la inflación y del producto, y así, poder estimar las pruebas de causalidad de Granger con la modificación propuesta por Toda y Yamamoto (1995). Con este procedimiento se puede identificar cuáles de las hipótesis propuestas en la sección II se cumplen en cada una de las economías.

Los resultados del panel A muestran evidencia acerca de la hipótesis de Friedman- Ball para ambos países; en el caso de México para el cuarto y el décimo segundo rezago, mientras que para Brasil, únicamente en el decimosegundo rezago, se asevera que, como resultado del incremento en los precios, existe una mayor volatilidad inflacionaria en el futuro, teniendo consenso con los trabajos desarrollados por Perrotini y Rodríguez (2012), Grier y Grier (1998). Sin embargo, existe un contraste en el octavo rezago para el caso de México y los rezagos cuarto y octavo para Brasil, en ellos el signo de determinación resulta negativo lo que apoyaría la hipótesis de Pourgerami y Maskus (1987), no existiendo evidencia de algún otro autor a favor de estos resultados.

Tabla 6. Causalidad de Granger (Toda- Yamamoto)

	México	Brasil
<i>Panel A. Inflación no causa Granger a Incertidumbre Inflacionaria</i>		
4 Rezagos	603.4526 *** (+)	39.07013 *** (-)
8 Rezagos	560.1576 *** (-)	60.71273 *** (-)
12 Rezagos	626.6514 *** (+)	70.91022 *** (+)
<i>Panel B. Incertidumbre Inflacionaria no causa Granger a Inflación</i>		
4 Rezagos	94.0423 *** (-)	331.2637 *** (+)
8 Rezagos	89.8081 *** (-)	370.4896 *** (+)
12 Rezagos	100.7302 *** (-)	408.4072 *** (+)
<i>Panel C. Incertidumbre Inflacionaria no causa Granger a Crecimiento Económico</i>		
4 Rezagos	2.7312	39.88380 *** (+)
8 Rezagos	5.1937	27.47985 *** (+)
12 Rezagos	17.588	59.70290 *** (-)
<i>Panel D. Inflación no causa Granger a Crecimiento Económico</i>		
4 Rezagos	33.4229 *** (-)	18.166554 * (+)
8 Rezagos	33.0819 *** (+)	12.15217
12 Rezagos	25.7225 *** (+)	63.58227 *** (+)

Nota: Un signo +/- indica que la suma de los coeficientes rezagos de la variable causante es positiva (negativa); ***, ** y * denotan significancia en los niveles 0.01, 0.05 y 0.1 respectivamente.

Fuente: elaboración propia

Las estadísticas de la segunda hipótesis, panel B, que hace referencia a la causalidad de la incertidumbre inflacionaria respecto de la inflación son significativos con signo negativo para todos los rezagos en el caso de la economía mexicana; es decir que se comprueba que el comportamiento del banco central de México es del tipo estabilizador como lo indica Holland (1995). Empíricamente estos hallazgos son coincidentes con la investigación de Grier y Grier (1998) y Perrotini y Rodríguez (2012). Mientras que, en el caso de Brasil, en todos los rezagos se presenta significancia estadística, además de presentar un signo positivo, lo que sugiere una postura del Banco Central del tipo oportunista, tal como lo indican Cukierman y Meltzer (1986). En esta misma línea se encuentra el trabajo realizados por Rosas y López (2018) para Bolivia, México y Paraguay.

En la tercera hipótesis, panel C, para la causalidad de la incertidumbre inflacionaria como función del crecimiento económico, los hallazgos para México se consideran nulos; es decir, no existe una relación causal entre las variables analizadas. Para Brasil, por el contrario, se obtuvieron ambos signos. Se identifica que, con cuatro y ocho rezagos, existe causalidad positiva lo cual coincide con la hipótesis de Dotsey y Sarte (2000). Mientras que con doce rezagos se cumple la segunda parte de la hipótesis de Friedman (1977), presentando un signo negativo.

Finalmente, en la cuarta hipótesis, panel D, los resultados son variados en ambos países. Para México, en los primeros cuatro rezagos, existe una relación negativa que sustenta la hipótesis de Stockman (1981) y Pindyck(1991); no obstante, en los siguientes rezagos el signo de causalidad se vuelve positivo como lo demuestra Tobin (1965). Para el caso brasileño, se llega a la conclusión anterior si se considera el cuarto y decimosegundo rezago; mientras que, con ocho rezagos no existe significancia estadística.

4. CONCLUSIÓN

En este trabajo se ha podido indagar sobre la retroalimentación que presentan el incremento de precios, su varianza condicional (incertidumbre) y el crecimiento económico para las dos economías más representativas de América Latina, durante el periodo que abarca enero de 1985 a junio de 2019. Se comprueba la presencia de un efecto asimétrico en los modelos de volatilidad, es decir, la respuesta que presenta la incertidumbre inflacionaria y del producto es diferente ante impactos positivos y negativos de la misma magnitud. En este sentido se comprueba que las malas noticias, por ejemplo un aumento en los precios o una caída en la producción, generan una mayor inestabilidad si se comparan con impactos de la misma magnitud, pero con

signos opuestos (buenas noticias). Otro hallazgo relevante es que el comportamiento que exhibe el banco central de México es del tipo estabilizador; mientras que, en el caso de Brasil, los resultados sugieren una postura del Banco Central del tipo oportunista.

Finalmente, se han podido estimar las ecuaciones de manera simultánea a través de un modelo CCC-GARCH bivariado, lo que representa una estimación más robusta respecto a los modelos GARCH univariados. Los resultados que arroja esta investigación son relevantes ya que son pocos los estudios realizados para Brasil y México que emplean la metodología de modelos de volatilidad multivariada y que además implementan la causalidad de Granger con el enfoque de Toda y Yamamoto para comprobar estadísticamente la existencia de las relaciones de retroalimentación entre estas variables.

RECEIVED: OCTOBER, 2021.

REVISED: FEBRUARY, 2022.

REFERENCIAS

- [1] BALL, L. (1992): Why does higher inflation raise inflation uncertainty?. **Journal of Monetary Economics**, 29 , 371-388.
- [2] BOLLERSLEV, T. (1986): Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, 31, 307–327.
- [3] BOX, G. E., P. and G., M. JENKINS. (1970): **Time Series Analysis: Forecasting and control**, Holden Day, San Francisco.
- [4] BROOKS, C. (2019): **Introductory Econometrics for Finance**. Cambridge: Cambridge University Press.
- [5] CUKIERMAN, A. and MELTZER, A. (1986): A theory of ambiguity, credibility, and inflation under discretion and asymmetric information. **Econometrica**, 54, 1099-1128.
- [6] DICKEY, D., and FULLER, W. (1979): Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. **Journal of the American Statistical Association**, 74, 427-431.
- [7] DOTSEY, M. and P. SARTE. (2000): Inflation Uncertainty and Growth in a Cash-in-advance Economy. **Journal of Monetary Economics**, 45, 631–655.
- [8] ENDERS, W. (2015): **Applied Econometric Time Series**. Wiley, Chichester.
- [9] ENGLE, R. F. and V. K. NG, (1993): Measuring and Testing the Impact of News on Volatility. **Journal of Finance**, 48 , 1749-78.
- [10] ENGLE, R.F. (1982): Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. **Econometrica**, 50, 987-1007.
- [11] FOUNTAS, S. and M. KARANASOS, (2007): Inflation, output growth, and nominal and real uncertainty: empirical evidence for the G7. **Journal of International Money and Finance**, 26 , 229–50.
- [12] FRIEDMAN, M. (1977): Nobel Lecture: Inflation and Unemployment. **Journal of Political Economy**, 85, 451-472.
- [13] GLOSTEN, L., R. JAGANNATHAN, and D. RUNKLE, (1993): On the relation between the expected value and the volatility of the normal excess return on stocks, **The Journal of Finance** 48, 1779-1801.
- [14] GRANGER, C. W. J. (1969): Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. **Econometrica**, 37 , 424–438.
- [15] GRIER K. and R. GRIER (1998): Inflación e incertidumbre inflacionaria en México, 1960 – 1997. **El Trimestre Económico**, 65, 407-426.
- [16] GRIER, R. and K. B. GRIER, (2006): On the real effects of inflation and inflation uncertainty in México, **Journal of Development Economics**, 80, 478-500.
- [17] HOLLAND, A. S. (1995): Inflation and uncertainty: tests for temporal ordering. **Journal of Money, Credit and Banking**, 27, 827-837.
- [18] JIRANYAKUL K., Y T. P. OPIELA, (2011): The Impact of Inflation Uncertainty on Output Growth and Inflation in Thailand. **Asian Economic Journal**, 25, 291-307.
- [19] MOHD S. H., A. Z. BAHARUMSHAH, Y S. FOUNTAS, (2012): Inflation, Inflation Uncertainty and Output Growth: Recent Evidence from ASEAN-5 Countries. **The Singapore Economic Review**. 58, 1-17.
- [20] PERROTINI H. I. and D. RODRÍGUEZ, (2012): Inflación, incertidumbre inflacionaria y crecimiento económico en México: 1929-2009, **Revista Mexicana de Economía y Finanzas**, 7(1), 1-26.
- [21] PINDYCK, R., (1991): Irreversibility, uncertainty, and investment. **Journal of Economic Literature** 29 , 1110-1148.

- [22] POURGERAMI, A. and K. MASKUS, (1987): The effects of inflation on the predictability of Price changes in Latin America: some estimates and policy implications. **World Development**, 15, 287-290.
- [23] ROSAS R. E., and T. S. LÓPEZ, (2018): Inflación e incertidumbre inflacionaria: la postura del Banco de México, 1969-2017. **Revista Finanzas y Política Económica**, 10, 349-372.
- [24] SIDRAUSKI, M. (1967): Rational choice and patterns of growth in a monetary economy. **American Economic Review**, 57, 534–544.
- [25] STOCKMAN, A. C. (1981): Anticipate inflation and the capital stock in cash-in-advance economy, **Journal of Monetary Economics**, 8, 387–393.
- [26] TAYLOR, J.B. (1999): **Monetary policy guidelines for employment and inflation stability**, en R.M. Solow y J.B. Taylor (eds.), *Inflation, Unemployment and Monetary Policy*, Massachusetts Institute of Technology (MIT) Press, Cambridge Massachusetts.
- [27] TOBIN, J. (1965): Money and economic growth. **Econometrica**, 33, 671–684.
- [28] TODA, H.Y. and T. YAMAMOTO, (1995): Statistical inference in vector autoregressions with possibly integrated process. **Journal of Econometrics**, 66 , 225–250.
- [29] VEGH, C. (2013): **Open Economy Macroeconomics in Developing Countries**. The MIT Press, Cambridge Massachusetts.