

# APROXIMACIÓN DE CURVAS “S” PARA LA PLANEACIÓN DE PROYECTOS DE CONSTRUCCION MEDIANTE MODELOS LOGÍSTICOS

Juan Merizalde, Fernando Castro Carrera, Patricio Castro, Juan C. Osorio<sup>1</sup>  
Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Sede Quito, Ecuador

## ABSTRACT

One of the most used tools for project control is the Earned Value Management (EVM) method. Establishing the planned value curve (PV), as the baseline of periodic investments in relation to which progress in construction projects is controlled, it is very common to define this curve intuitively; what causes in many occasions that the contractors fall in breaches during the phase of execution.

This research suggests that the progress in construction projects follows typical trends related to the nature of the projects, which can be transformed into a standard S curve, elaborated from mathematical models, increasing the probabilities of success of a project, in contrast to if an intuitively developed S curve is used.

From a sample of potable water, sewerage and roads projects, whose construction had already been completed, logistic models were developed for project planning in those sectors, based on the estimated budget and deadline for their execution. Subsequently, the models obtained were applied to projects in execution, showing differences between the planned progress curves with respect to the curve of the proposed model.

**KEYWORDS:** Earned Value Management, EVM, planning, construction project control

**MSC:** 90B70

## RESUMEN

Una de las herramientas más utilizadas para el control de proyectos es el método de Gestión del Valor Ganado (EVM). Estableciendo a la curva de valor planeado (PV), como la línea base de las inversiones periódicas con relación a la cual se controla el avance en proyectos de construcción, es muy común que se defina esta curva de manera intuitiva; lo que provoca en muchas ocasiones que los contratistas caigan en incumplimientos durante la fase de ejecución.

Esta investigación plantea que el avance en proyectos de construcción sigue tendencias típicas, relacionadas a la naturaleza de los proyectos, que se pueden transformar en una curva S patrón elaborada a partir de modelos matemáticos, aumentando de esta manera las probabilidades de éxito de un proyecto, en contraste a si se utiliza una curva S elaborada intuitivamente. De una muestra de proyectos de agua potable, alcantarillado y vías, cuya construcción ya había concluido, se elaboraron modelos logísticos para la planificación de proyectos en esos sectores, a partir del presupuesto y plazo estimados para su ejecución. Posteriormente se aplicaron los modelos obtenidos a proyectos en ejecución, evidenciándose diferencias entre las curvas de avance planeado con respecto a la curva del modelo propuesto.

**PALABRAS CLAVE:** Gestión del Valor Ganado, EVM, planificación, control de proyectos de construcción.

## 1. INTRODUCCION

Thompson y Perry encontraron en 1993 que el 75% de los proyectos financiados por el Banco Mundial tenían retrasos de al menos el 28%, mientras que Morris y Hough calculan que los proyectos con sobrecosto son alrededor del 50%, con incrementos típicos entre el 40% y el 200%. Martin y otros encontraron que mientras el 20% de los proyectos ejecutados en el Reino Unido en 2005 experimentaron incrementos de coste, casi el 40% sobrepasaron el plazo fijado en el contrato. [1] Oímos regularmente de los gerentes optimistas que los proyectos atrasados o sobre presupuesto serán traídos dentro de tiempo y en presupuesto (mágicamente). Sin embargo, de manera realista sabemos que después de caer detrás en el inicio de un proyecto, ponerse al día es, en el mejor de los casos, extremadamente difícil [2]. Un punto importante a recordar es que una vez que se presenta una tendencia específica en el desempeño de un proyecto, esta continúa imbatible hasta que solamente una acción hecha

---

<sup>1</sup> JEMERIZALDE@puce.edu.ec,

jemerizalde@uce.edu.ec,FFCASTRO@puce.edu.ec,EPCASTROM@puce.edu.ec,JCOSORIO@puce.edu.ec

Paper presentado en el IX Congreso de la Red Iberoamericana de Ingeniería de Proyectos - RIIPRO

por la gerencia la altera. El resultado de la evaluación es la formulación de estrategias específicas o decisiones encaminadas para traer al proyecto nuevamente a su camino. [3]

En la etapa de programación se debe desarrollar el cronograma que servirá como línea base para el control del proyecto durante la fase de construcción. Este cronograma está diseñado principalmente de acuerdo con la experiencia de los profesionales. Durante la fase de construcción, el problema es cómo ajustar el cronograma de ingeniería planificado para responder al progreso actual de la construcción. Hasta el momento, no se han ideado herramientas prácticas o modelos académicos para abordar este problema. [4]

## 1. INTRODUCCION

Thompson y Perry encontraron en 1993 que el 75% de los proyectos financiados por el Banco Mundial tenían retrasos de al menos el 28%, mientras que Morris y Hough calculan que los proyectos con sobrecosto son alrededor del 50%, con incrementos típicos entre el 40% y el 200%. Martin y otros encontraron que mientras el 20% de los proyectos ejecutados en el Reino Unido en 2005 experimentaron incrementos de coste, casi el 40% sobrepasaron el plazo fijado en el contrato. (Mattos and Valderrama, 2014)

Oímos regularmente de los gerentes optimistas que los proyectos atrasados o sobre presupuesto serán traídos dentro de tiempo y en presupuesto (mágicamente). Sin embargo, de manera realista sabemos que después de caer detrás en el inicio de un proyecto, ponerse al día es, en el mejor de los casos, extremadamente difícil (D F Cioffi, 2005). Un punto importante a recordar es que una vez que se presenta una tendencia específica en el desempeño de un proyecto, esta continúa imbatible hasta que solamente una acción hecha por la gerencia la altera. El resultado de la evaluación es la formulación de estrategias específicas o decisiones encaminadas para traer al proyecto nuevamente a su camino. (Uher and Zantis, 2011)

En la etapa de programación se debe desarrollar el cronograma que servirá como línea base para el control del proyecto durante la fase de construcción. Este cronograma está diseñado principalmente de acuerdo con la experiencia de los profesionales. Durante la fase de construcción, el problema es cómo ajustar el cronograma de ingeniería planificado para responder al progreso actual de la construcción. Hasta el momento, no se han ideado herramientas prácticas o modelos académicos para abordar este problema. (Wang *et al.*, 2016)

Una serie de metodologías se han aplicado para resolver el problema de optimización del cronograma de construcción y se pueden clasificar en tres categorías: método matemático, método heurístico y método metaheurístico. (Zhou *et al.*, 2013)

Alshibani y Moselhi (Alshibani and Moselhi, 2012) desarrollaron un método basado en EVM que permite a los contratistas evaluar el riesgo que puede aumentar para diferentes escenarios en el proceso de pronóstico y, en consecuencia, genera pronósticos confiables. El método también es flexible; permitiendo la exclusión de incidentes y eventos que probablemente no ocurran en futuros períodos de informes (como huelgas y condiciones climáticas extremas). Shah y Dawood (Shah and Dawood, 2011) propusieron un modelo innovador para la planeación de proyectos de construcción de carreteras, en el que uno de los resultados es el uso de curvas S.

La curva S de un proyecto es un resultado del cronograma que se obtiene al planificar y puede aplicarse al consumo de cualquier recurso, pues representa un avance físico o monetario (Mattos and Valderrama, 2014).

El nombre deriva de la forma S de la curva (más plana al principio y al final, más pronunciada en el centro) (Denis F. Cioffi, 2005). Los proyectos de construcción se ajustan a este comportamiento debido que al inicio el flujo de inversión es bajo y va en aumento conforme se incrementa la ejecución de tareas en función del tiempo; hasta llegar a la etapa final del proyecto en donde nuevamente la inversión disminuye.

Cioffi (Denis F. Cioffi, 2005) muestra la derivación de una ecuación que los gerentes de proyectos pueden usar, en cualquier etapa de un proyecto, cuando trabajan con costos u otras cantidades limitadas. Cuando se trazan en función del tiempo, tales cantidades suelen adoptar una forma comúnmente conocida en la comunidad de gestión de proyectos como la curva S. Con esta representación de la curva, un gestor tiene una completa flexibilidad para generar cualquier perfil suave deseado seleccionando la fuerza del ascenso de la curva y el punto en el que se ha gastado la mitad del total (por ejemplo, de los costes). En ausencia de datos reales de proyectos similares y antes de tener una planificación detallada, es conveniente utilizar una curva S patrón, o teórica, a modo de estimación inicial de avance. Una curva S patrón propone un comportamiento ideal a partir de un modelo matemático. (Mattos and Valderrama, 2014)

La curva S es una herramienta simple con ventajas y limitaciones inherentes, cuando se utiliza en la administración de contratos para fines de control durante la construcción, tiene su pertinencia cuestionada por investigadores recientes. Sin embargo, para la planificación y la previsión financiera antes de la construcción, el uso de la curva S es útil y sigue siendo el método aceptado. A pesar de que, cuando el diseño está completo, la mejor estimación de progreso debe basarse en un calendario de tiempos de actividad según la información detallada del proyecto; un modelo empírico de curva S desarrollado a partir de datos reales tiene la ventaja potencial de hacer una estimación realista con sólo unas pocas condiciones del proyecto. (Chao and Chien, 2009)

Para satisfacer las necesidades de la planificación de proyectos, muchas investigaciones han propuesto varias fórmulas y modelos de curva S para proporcionar estimaciones de progreso del proyecto que se pueden utilizar para complementar las del método de predicción basado en el calendario tradicional. Dado que estos modelos producen una curva S basada en realidades en casos históricos, son empíricos por naturaleza y tienen la ventaja de dar una estimación rápida en comparación con la curva S obtenida a través de un análisis de tiempos de actividad. (Chao and Chien, 2010)

En la industria de la construcción, el progreso de un proyecto sobre su duración implica muchas incertidumbres. Un modelo de predicción empírico desarrollado a partir de datos de proyectos anteriores sería capaz de proporcionar estimaciones realistas que podrían ayudar a establecer objetivos razonables. Como una mejora en un modelo anterior que utiliza una fórmula de curva S polinomial, L. C. Chao & Chen (Chao and Chen, 2015), proponen un nuevo modelo que cambia las salidas de los parámetros polinomiales a las características geométricas clave de una curva S, la posición del punto de inflexión y la pendiente en ella.

Es bien conocido que una simple relación que puede modelar el progreso acumulativo de un proyecto sería una herramienta poderosa en manos de los gerentes de proyectos y planificadores de proyectos. Partiendo del comportamiento básico de la tasa de progreso del proyecto y construyendo sobre algunas hipótesis intuitivas, en primer lugar, se desarrolló la curva S estándar y luego una familia generalizada de curvas S. Dado que se encontró que estas curvas se basaban en la distribución beta, se les llamó curvas S beta. La distribución beta se ha utilizado ampliamente para modelar las duraciones de la actividad y los costes en la gestión de proyectos. (Bhaumik, 2016)

Los objetivos que se plantearon con la realización de este trabajo son: 1) Elaborar curvas S patrón para la planeación de proyectos de construcción según su naturaleza; 2) Determinar la tendencia en el comportamiento de los proyectos de construcción en Ecuador con relación a lo planeado, según su naturaleza, durante los últimos diez años; 3) Elaborar y recomendar la correcta utilización de curvas S en la planeación de proyectos de construcción en Ecuador, según su naturaleza, a partir de un modelo matemático.

Al contar con curvas S patrón, los planificadores de proyectos de construcción contarán con una herramienta que facilitará realizar estimaciones que se ajusten a las tendencias de los proyectos en la realidad, según su naturaleza, disminuyendo la probabilidad de que los contratistas incurran en multas debidas a incumplimientos en el avance de los proyectos.

Los resultados de esta investigación pretenden demostrar la utilidad que tienen las curvas S en la planeación, seguimiento y control durante la ejecución de proyectos de construcción, según la naturaleza del proyecto.

## **2. HIPÓTESIS Y METODOLOGÍA**

El avance en proyectos de construcción sigue tendencias relacionadas a la naturaleza de los proyectos, que se pueden traducir en una curva S patrón, elaborada a partir de un modelo matemático.

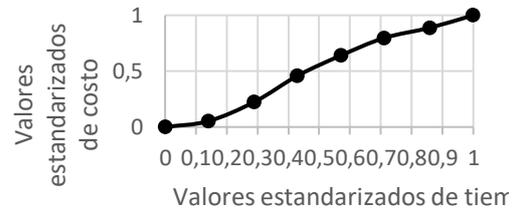
La utilización de una curva S elaborada a partir de un modelo matemático aumentará las probabilidades de éxito de un proyecto, más que si se utiliza una curva S elaborada empíricamente.

Durante la fase de planificación de un proyecto de construcción se plantea la curva de valor planeado (PV), que representa la línea base a partir de la cual se desarrollará el control una vez que empiece la fase de ejecución. Conforme avancen los trabajos de construcción en esta última fase, se irá conformando la curva de valor ganado (EV) con los valores que se obtendrán de las planillas de avance de obra. Es de esperarse que esta última curva sea lo más parecida a la primera, de manera que las desviaciones entre lo ejecutado y lo planeado sean mínimas, facilitando así, cualquier acción que corrija las diferencias con la finalidad que el proyecto se enmarque dentro el plazo establecido.

Para la elaboración de los modelos se agrupó a los proyectos según su naturaleza; tomándose en cuenta 27 proyectos de alcantarillado, 23 proyectos de agua potable y 12 proyectos de vialidad, ejecutados durante los últimos diez años en Ecuador.

Fue necesario realizar una normalización de los valores para las variables tiempo y costo debido a que los proyectos diferían tanto en los montos en dólares asignados, como también en el tiempo que se tenía planificada su ejecución. Así, con la información obtenida en cada planilla se reflejan las curvas del valor ganado de cada proyecto, llevando a la unidad tanto los tiempos de ejecución de planillas y los montos acumulados. Por ejemplo, para el proyecto No. 16 de alcantarillado, el costo total de la obra es de \$210.892,87 y se planificó ejecutarlo en 7 meses con un control de avance mensual reportada en la Tabla 1 y visualizada la respectiva curva en la Tabla 1: Normalización de los datos del proyecto No. 16 de alcantarillado. Curva del valor ganado (EV) del proyecto No. 16 de 16 de alcantarillado con datos normalizados.

Valor ganado		Variables normalizadas	
Tiempo (días)	Valores de planillas acumuladas	t	x(t)
0	0,00	0,00	0,0000000
30	10921,33	0,14	0,0517862
60	47355,76	0,29	0,2245489
90	96865,31	0,43	0,4593105
120	134863,86	0,57	0,6394899
150	167834,08	0,71	0,7958262
180	187429,49	0,86	0,8887427
210	210892,87	1,00	1,0000000

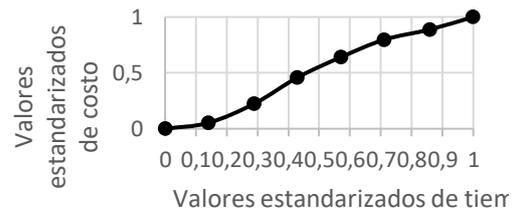


. (Osorio *et al.*, 2019)

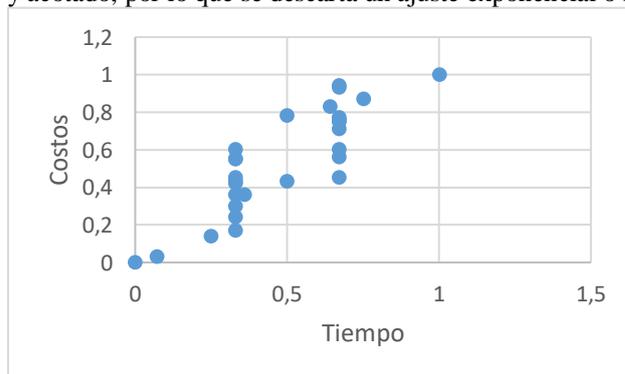
Tabla 1: Normalización de los datos del proyecto No. 16 de alcantarillado con datos normalizados.

Figura 1: Curva del valor ganado (EV) del proyecto No. 16 de 16 alcantarillado.

Valor ganado		Variables normalizadas	
Tiempo (días)	Valores de planillas acumuladas	t	x(t)
0	0,00	0,00	0,0000000
30	10921,33	0,14	0,0517862
60	47355,76	0,29	0,2245489
90	96865,31	0,43	0,4593105
120	134863,86	0,57	0,6394899
150	167834,08	0,71	0,7958262
180	187429,49	0,86	0,8887427
210	210892,87	1,00	1,0000000



El conjunto de pares ordenados  $[t, x(t)]$  dados todos los datos de las planillas de los proyectos analizados, se encuentran en el plano delimitado por  $\{[0,1] \times [0,1]\}$ . A las primeras planillas de cada proyecto le corresponde el par ordenado  $(0,0)$  ya que en el tiempo  $t=0$  no hay monto ejecutado y sus últimas planillas son representadas por el par  $(1,1)$ , indicativo que para el lapso establecido debe haberse ejecutado el total del monto asignado. Para los proyectos de alcantarillado se tiene un total de 113 pares ordenados, que visto como una nube de puntos se aprecia que su distribución en el plano cartesiano tiende a ser creciente y acotado, por lo que se descarta un ajuste exponencial o lineal (ver Figura 2).



Como se conoce la forma de las curvas PV y EV, se plantea hacer un ajuste logístico por mínimos cuadrados discreto (Gujarati and Porter, 2009), para tal fin se considera la familia de curvas dada por la expresión:

$$x(t) = \frac{KAe^{rt}}{1 + Ae^{rt}} \quad (1)$$

La cual corresponde a la solución de la ecuación diferencial logística,

$$x' = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) \quad (2)$$

Figura 2: Conjunto de pares ordenados [t, x(t)] de proyectos de alcantarillado.

Se observa por L'Hopital que  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = K$ , ahora dado la forma de las curvas PV se espera que a medida que t tiende a 1, x(t) tienda al costo total, por lo que se toma K igual a 1. Para hacer el ajuste de la nube de puntos por una curva logística, primero se hace una transformación de la curva logística en una recta mediante un cambio de variable apropiado y se minimizan los errores cuadráticos entre la recta y los puntos en cuestión. Ahora de la expresión (1) se tiene que:

$$x = \frac{Ae^{rt}}{1 + Ae^{rt}} \Rightarrow x(1 + Ae^{rt}) = Ae^{rt} \quad (3)$$

$$\Rightarrow x = Ae^{rt}(1 - x) \Rightarrow \frac{x}{1 - x} = Ae^{rt} \quad (4)$$

Así, al tomar el logaritmo natural, se logra linealizar la ecuación anterior,

$$\ln\left(\frac{x(t)}{1 - x(t)}\right) = \ln(A) + rt \quad (5)$$

Esto sugiere tomar el cambio de variable  $y(t) = \ln\left(\frac{x(t)}{1 - x(t)}\right)$  y denotando  $a = \ln(A)$  y  $b = r$  con lo que se define una nueva variable como:

$$y(t) = a + bt \quad (6)$$

Con los datos normalizados obtenidos de los proyectos, salvo para (0,0) y (1,1) ya que y(t) no está

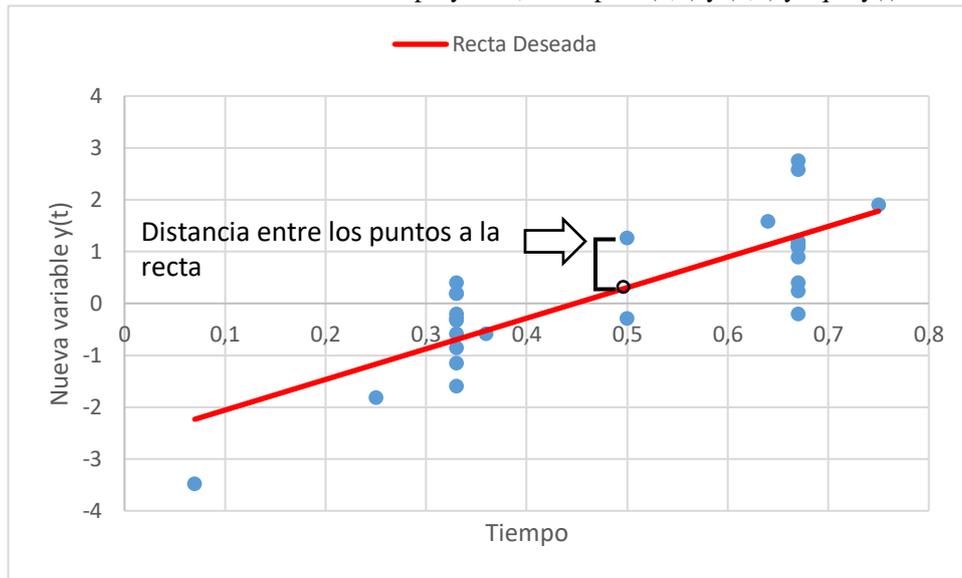


Figura 3: Conjunto de pares ordenados [t, y(t)] de la nueva variable aleatoria y(t) para proyectos de alcantarillado.

definida para  $x=0$  y  $x=1$ , se calcula el nuevo conjunto de pares ordenados [t, y(t)] y visualizado en la **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**

Si se denota por D a la distancia mínima de la recta a los pares ordenados, se obtiene:

$$D = \sum_{i=1}^n ((t_i - t_i)^2 + (a + t_i * b - y_i)^2) \quad (7)$$

Se observa que el primer término de la sumatoria es igual a cero y que D es una función de variables a y b, por lo que se puede derivar parcialmente respecto a sus variables e igualar a 0 para encontrar los puntos críticos de la misma.

$$\frac{\partial D}{\partial a} = \sum_{i=1}^n 2 * (a + t_i * b - y_i) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial D}{\partial b} = \sum_{i=1}^n 2 * (a + t_i * b - y_i) * t_i = 0 \quad (9)$$

Al trabajar las ecuaciones (8) y (9) se tiene el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$n * a + \left( \sum_{i=1}^n t_i \right) * b = \sum_{i=1}^n y_i \quad (10)$$

$$\left( \sum_{i=1}^n t_i \right) * a + \left( \sum_{i=1}^n (t_i)^2 \right) * b = \left( \sum_{i=1}^n t_i * y_i \right) \quad (11)$$

Denotando:

$$S = \left( \sum_{i=1}^n t_i \right) \quad (12)$$

$$A = \sum_{i=1}^n y_i \quad (13)$$

$$C = \left( \sum_{i=1}^n t_i^2 \right) \quad (14)$$

$$B = \left( \sum_{i=1}^n t_i * y_i \right) \quad (15)$$

Se puede escribir matricialmente el sistema de ecuaciones como:

$$\begin{bmatrix} n & S \\ S & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} \quad (16)$$

Por el método de Cramer (Alcocer, 2016) se tiene la siguiente solución única del sistema:

$$a = \frac{\begin{vmatrix} A & S \\ B & C \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & S \\ S & C \end{vmatrix}} = \frac{A * C - S * B}{n * C - S^2} \quad (17)$$

$$b = \frac{\begin{vmatrix} n & A \\ S & B \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & S \\ S & C \end{vmatrix}} = \frac{n * B - S * A}{n * C - S^2} \quad (18)$$

Obteniendo los valores de a y b se reemplaza en la ecuación (6) y finalmente se realizan las respectivas operaciones para obtener la ecuación logística (3). En la Tabla 2 se muestra la columna de los tiempos y de las variables aleatoria x(t) y y(t):

Tabla 2: Valores de las variables aleatorias x(t) y y(t).

<u>Variables Aleatorias</u>		
<u>t</u>	<u>x(t)</u>	<u>y(t)</u>
0	0	--
0,07	0,03	-3,47609869
0,25	0,14	-1,81528997
0,33	0,55	0,20067070
0,33	0,55	0,20067070
0,33	0,36	-0,57536414
0,33	0,45	-0,20067070
0,33	0,30	-0,84729786
0,33	0,17	-1,58562726
0,33	0,24	-1,15267951
0,33	0,42	-0,32277339
0,33	0,43	-0,28185115

0,33	0,60	0,40546511
0,36	0,36	-0,57536414
0,50	0,43	-0,28185115
0,50	0,78	1,26566637
0,64	0,83	1,58562726
0,67	0,75	1,09861229
0,67	0,75	1,09861229
0,67	0,76	1,15267951
0,67	0,94	2,75153531
0,67	0,56	0,24116206
0,67	0,45	-0,20067070
0,67	0,60	0,40546511
0,67	0,71	0,89538405
0,67	0,77	1,20831121
0,67	0,93	2,58668934
0,75	0,87	1,90095876
1,00	1,00	--

Para estos valores se tiene que los coeficientes del sistema de ecuaciones indicado en (16) son los indicados en la Tabla 3:

Tabla 3: Coeficientes del sistema de ecuaciones.

Variable	Equivalencia	Coefficiente
S	suma $t_i$	56,09090900
A	suma $y_i$	43,07000000
C	suma $t_i^2$	34,30213717
B	suma $t_i*y_i$	62,49385019
n	total términos	113,00000000

Utilizando las ecuaciones (17) y (18) se obtienen que  $y(t) = a + b.t$  donde el valor de  $a = \ln(A)$  está dado por -2,77828609 y el valor de  $b = r$  es 6,36492244, de donde la ecuación logística inicial a considerar es:

$$x(t) = \frac{Ae^{rt}}{1 + Ae^{rt}} = \frac{e^{-2.77828609}e^{6.36492244t}}{1 + e^{-2.77828609}e^{6.36492244t}} \quad (19)$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{e^{6.36492244t}}{e^{2.77828609} + e^{6.36492244t}} \quad (20)$$

La función anterior fue calculada de manera óptima con respecto a los datos tomados en cuenta, pero debe cumplir otras condiciones iniciales ya que primero no pasa por el punto (0,0) que representan el inicio de la obra, por lo que se realiza una traslación en el eje de las ordenadas restándole el valor de  $x(0)$  y posteriormente, dado que, tampoco pasa por el punto (1,1) se hace una amplitud de la misma multiplicándola por un escalar  $k$ , tal que el modelo queda de la forma siguiente:

$$\hat{x}(t) = k[x(t) - x(0)] \quad (21)$$

Donde:

$$\hat{x}(1) = k[x(1) - x(0)] = 0 \Rightarrow K = \frac{1}{x(1)-x(0)} \quad (22)$$

Con:

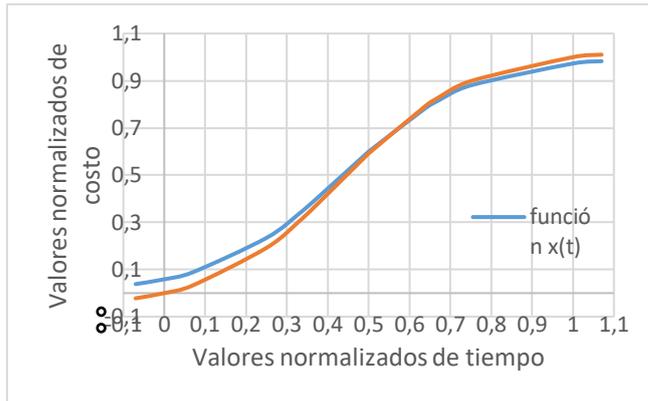
$$x(0) = \frac{1}{e^{2.77828609} + 1}; \quad x(1) = \frac{e^{6.36492244}}{e^{2.77828609} + e^{6.36492244}} \quad (23)$$

Así, el modelo a trabajar queda de la siguiente forma:

Modelo matemático para elaboración de curvas S de proyectos de alcantarillado

$$\hat{x}(t) = 1,093433 \left[ \frac{e^{6.364922t}}{e^{2.778286} + e^{6.364922t}} - \frac{1}{e^{2.778286} + 1} \right] \quad (24)$$

En la **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** se aprecia las curvas de ambas funciones  $x(t)$  y  $\hat{x}(t)$ :



Para la aplicación del modelo matemático en un nuevo proyecto, en este caso de alcantarillado, con tiempo de ejecución  $t_{max}$  y monto asignado  $x_{max}$ , del cual se desea conocer los montos acumulados para un total de  $N$  planillas a entregar, se utiliza la ecuación (24) para obtener  $\hat{x}(t_k)$  para:

$$t_k = (1/N) * k; \text{ con } k = 0,1,2,3,\dots, N \quad (25)$$

Posteriormente al multiplicar los  $\hat{x}(t_k)$  por  $x_{max}$  se tiene el monto acumulado hasta la  $k$ -ésima planilla en el tiempo  $t_k \cdot t_{max}$ .

Figura 4: Curvas de las funciones  $x(t)$  y  $\hat{x}(t)$  para proyectos de alcantarillado

### 3. RESULTADOS

Por trabajar con datos discretos tanto de los proyectos como del modelo, obtenido de evaluar valores específicos de la variable tiempo en la función continua (24), se calculó el coeficiente de determinación  $R^2$  ya que este refleja la bondad del ajuste del modelo para replicar los resultados, permitiendo conocer que tan ajustado está el modelo de los datos reales al darle un valor de 0 a 1, donde el 1 representa el mayor ajuste y 0 el menor ajuste. El coeficiente de determinación  $R^2$  viene dado por:

$$R^2 = \frac{\sum_{t=1}^T (\hat{Y}_t - \bar{Y})^2}{\sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2} \quad (26)$$

Donde:

$\hat{Y}_t$  = Valores estimados

$\bar{Y}$  = Promedio de los valores de  $Y$

$\sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2$  = Varianza

Al calcular el coeficiente de determinación en cada uno de los 27 proyectos de alcantarillado se observó que, los mismos van desde 0,79 a 1 y con un coeficiente de determinación del modelo (promedio) igual a 0,92 con lo que se puede concluir que el modelo realmente se ajusta bien a los datos (Ver Tabla 4).

Tabla 4: Proyectos analizados para elaborar el modelo de curvas S para alcantarillado

Proyecto	Duración (meses)	Contratado (x) (\$)	Modelo $\hat{x}(t)$ (\$)	$R^2$
	0	0,00	0,00	
	1	43489,64	15123,19	
01	2	89830,41	46672,62	0,95
	3	118462,81	95355,92	
	4	136282,08	144039,22	

	5	180583,23	175588,64	
	6	190711,84	190711,84	
	0	0,00	0,00	
	1	14699,19	30923,27	
	2	28650,17	84107,13	
	3	54490,17	167179,62	
02	4	54490,17	279245,02	0,90
	5	175669,19	403877,85	
	6	376770,74	515943,25	
	7	501281,10	599015,74	
	8	575502,71	652199,60	
	9	683122,87	683122,87	
	0	0,00	0,00	
	1	79930,26	24662,95	
	2	142415,25	72459,19	
03	3	220300,29	148660,23	0,95
	4	264933,92	239072,92	
	5	303749,09	315273,96	
	6	335557,79	363070,20	
	7	387733,15	387733,15	
	0	0,00	0,00	
	1	56047,48	21671,73	
04	2	105645,61	72652,52	0,93
	3	142129,07	123633,32	
	4	145305,05	145305,05	
	0	0,00	0,00	
	1	53165,33	12229,68	
	2	90713,38	37742,75	
05	3	94521,60	77111,48	0,83
	4	107481,01	116480,21	
	5	123410,77	141993,29	
	6	154222,96	154222,96	
	0	0,00	0,00	
	1	29687,29	11411,34	
06	2	44864,76	37091,20	0,93
	3	53110,53	72296,49	
	4	100844,72	97976,35	
	5	109387,69	109387,69	
	0	0,00	0,00	
	1	21766,97	31170,16	
	2	74626,43	101314,87	
07	3	106028,09	197478,40	0,81
	4	138881,34	267623,12	
	5	298793,28	298793,28	
08	0	0,00	0,00	0,98

	1	13243,49	10859,39	
	2	38359,32	30590,65	
	3	68599,14	61950,86	
	4	111128,35	102552,40	
	5	139014,05	143153,94	
	6	147828,88	174514,15	
	7	172537,78	194245,42	
	8	205104,81	205104,81	
	0	0,00	0,00	
09	1	34097,40	12923,34	
	2	61694,68	43324,33	0,93
	3	77832,62	73725,33	
	4	86648,67	86648,67	
	0	0,00	0,00	
	1	36053,04	16066,22	
	2	66332,09	49582,95	
10	3	88926,58	101301,97	0,93
	4	112405,51	153020,99	
	5	149135,68	186537,73	
	6	202603,95	202603,95	
	0	0,00	0,00	
	1	49739,17	10365,10	
	2	74456,41	27379,40	
	3	94426,04	53366,69	
	4	108447,90	88993,46	
11	5	140145,87	131227,76	0,97
	6	163948,28	173462,06	
	7	205656,48	209088,83	
	8	233532,56	235076,12	
	9	252865,07	252090,42	
	10	262455,52	262455,52	
	0	0,00	0,00	
	1	42534,28	17018,04	
	2	92636,90	55315,12	
12	3	128562,52	107817,74	0,93
	4	138620,27	146114,82	
	5	163132,86	163132,86	
	0	0,00	0,00	
	1	107141,39	25998,97	
	2	183945,12	84506,56	
13	3	229223,58	164716,38	0,82
	4	235784,81	223223,97	
	5	249222,94	249222,94	
14	0	0,00	0,00	0,88

	1	84625,01	25247,97	
	2	159487,48	82065,52	
	3	234680,15	159958,43	
	4	239734,29	216775,99	
	5	242023,96	242023,96	
	0	0,00	0,00	
	1	60664,29	16114,69	
	2	133865,88	41535,41	
	3	212715,11	79464,33	
	4	264515,75	131601,49	
15	5	309761,47	195736,89	
	6	347539,85	264672,33	0,93
	7	374226,19	328807,73	
	8	427689,73	380944,89	
	9	453831,71	418873,81	
	10	461664,95	444294,53	
	11	460409,22	460409,22	
	0	0,00	0,00	
	1	10921,33	13414,48	
	2	47355,76	39411,45	
16	3	96865,31	80858,14	
	4	134863,86	130034,73	0,99
	5	167834,08	171481,42	
	6	187429,49	197478,39	
	7	210892,87	210892,87	
	0	0,00	0,00	
	1	94027,34	24556,70	
	2	170238,72	75785,93	
17	3	216999,33	154836,76	
	4	255665,80	233887,60	0,91
	5	284175,14	285116,83	
	6	309673,53	309673,53	
	0	0,00	0,00	
	1	1122,27	14310,08	
	2	30083,61	36884,04	
	3	52276,88	70565,47	
	4	100402,73	116864,02	
18	5	147809,71	173817,18	
	6	207320,64	235032,85	1,00
	7	277593,95	291986,02	
	8	346029,73	338284,57	
	9	369812,50	371966,00	
	10	400531,05	394539,96	

	11	408850,04	408850,04	
	0	0,00	0,00	
	1	53767,48	14110,74	
	2	93091,96	43548,02	
19	3	138402,85	88972,11	0,91
	4	161296,37	134396,20	
	5	176534,18	163833,48	
	6	177944,22	177944,22	
	0	0,00	0,00	
	1	47723,64	27821,38	
	2	131785,43	85861,27	
20	3	213625,75	175421,50	0,98
	4	288986,69	264981,74	
	5	324574,13	323021,63	
	6	350843,01	350843,01	
	0	0,00	0,00	
	1	8910,48	9917,84	
	2	29454,89	29138,39	
21	3	48786,44	59781,51	0,98
	4	70776,78	96139,63	
	5	117737,77	126782,75	
	6	135734,06	146003,30	
	7	155921,14	155921,14	
	0	0,00	0,00	
	1	82556,98	29338,18	
22	2	146782,26	98353,59	0,89
	3	166859,13	167369,00	
	4	196707,18	196707,18	
	0	-	-	
23	1	14841,81	14263,80	1,00
	2	44725,12	44020,40	
	3	58284,20	58284,20	
	0	0,00	0,00	
	1	54417,09	27501,22	
24	2	126696,11	92195,36	0,96
	3	165300,34	156889,50	
	4	184390,72	184390,72	
	0	0,00	0,00	
25	1	77689,80	32364,44	0,87
	2	124390,88	99881,90	
	3	132246,34	132246,34	
	0	0,00	0,00	
26	1	85566,89	31081,14	0,79
	2	98816,88	95921,42	

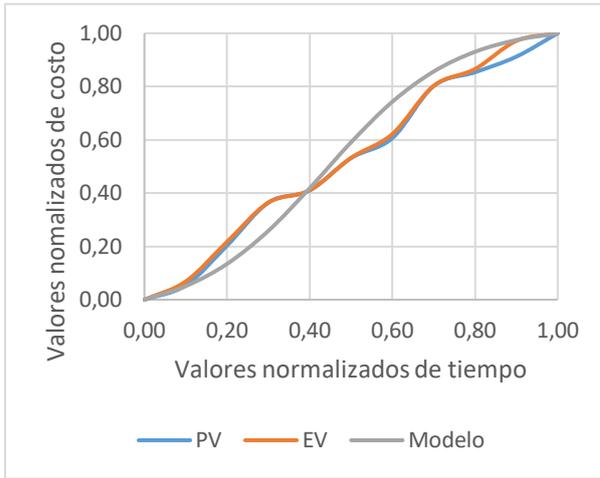
	3	127002,56	127002,56	
	0	-	-	
	1	13709,55	12098,42	
	2	87496,31	31957,96	
	3	133392,91	62291,03	
	4	150209,22	103875,55	
27	5	171888,16	153172,55	0,94
	6	193514,89	202469,55	
	7	225027,72	244054,07	
	8	254076,81	274387,14	
	9	283876,49	294246,68	
	10	306345,10	306345,10	

Con el fin de validar el modelo se consideró la planificación inicial (PV) y los datos de las planillas de ejecución (EV) de un proyecto terminado y que no se utilizó para la elaboración de modelo de alcantarillado. El proyecto se planeó ejecutar en un tiempo de 10 meses y por un monto de \$618.769,33 y se desea obtener el costo acumulado a ejecutar mensualmente por lo que se buscan los valores de cada  $t_k$  con  $k=1 \dots 10$ . (Ver Tabla 5).

Tabla 5: Aplicación del modelo a un proyecto de alcantarillado

Mes $t_k$	P.V. (\$)	E.V. (\$)	Modelo (\$)	R <sup>2</sup>
1	33263,30	42345,72	31471,48	
2	125713,09	134385,59	83144,12	Entre el modelo y el EV 0,9715
3	225482,52	225515,11	160006,66	
4	253798,93	254141,32	259050,60	
5	328808,93	329286,65	365503,22	
6	375280,93	384638,99	459766,72	Entre el PV y el EV 0,9970
7	496304,56	496304,55	529950,66	
8	528315,65	535642,46	575750,76	
9	564497,12	600937,67	603121,17	
10	618769,33	618604,64	618625,67	

En la Figura 5 se presenta como resultado la curva S normalizada del modelo de alcantarillado aplicado a un proyecto terminado, apreciándose su desviación con las curvas S para el valor planeado (PV) y valor ganado (EV).



Análogamente se obtuvieron y se validaron los modelos para proyectos de construcción de agua potable (Tabla 6) y de vialidad (Figura 6: Curva S normalizada para la aplicación del modelo a un proyecto de agua potable

En la Figura 6 se aprecia la curva S normalizada como resultado de aplicar el modelo a un proyecto terminado y las desviaciones existentes con las curvas de PV y EV

Tabla 8), que se presentan en las ecuaciones (25) y (26) respectivamente:

Modelo matemático para elaboración de curvas S de proyectos de agua potable

$$\hat{x}(t) = 1,053575 * \left[ \frac{e^{7,308990t}}{e^{3,522539} + e^{7,308990t}} - \frac{1}{e^{3,522539} + 1} \right] \quad (25)$$

Figura 5: Curva S normalizada para la aplicación del modelo a un proyecto de alcantarillado

Tabla 6: Proyectos analizados para elaborar el modelo de curvas S para agua potable

Proyecto	Duración (meses)	Contratado (x) (\$)	Modelo $\hat{x}(t)$ (\$)	R <sup>2</sup>
01	0	0,00	0,00	0,88
	1	162355,59	30708,81	
	2	268348,77	92647,88	
	3	400975,19	203906,08	
	4	693391,48	367618,20	
	5	783788,31	549455,12	
	6	795766,58	697879,41	
	7	797795,73	791471,42	
	8	814432,49	841245,74	
	9	865337,79	865337,79	
02	0	0,00	0,00	0,95
	1	24920,55	11495,40	
	2	65915,27	45858,77	
	3	83007,26	77097,86	
	4	86317,57	86317,57	
03	0	0,00	0,00	0,99
	1	9717,12	14502,08	
	2	46438,51	57853,36	
	3	89246,47	97263,20	
	4	108894,37	108894,37	
04	0	0,00	0,00	0,91
	1	38918,83	21281,43	
	2	80221,75	82281,04	
	3	102717,49	170309,06	

	4	182383,78	222731,69	
	5	239628,94	239628,94	
	0	0,00	0,00	
	1	7162,70	7601,07	
05	2	30561,14	29388,24	0,98
	3	55959,05	60829,12	
	4	64744,02	79552,86	
	5	85588,03	85588,03	
	0	0,00	0,00	
	1	886,73	9575,35	
	2	32756,33	32192,23	
06	3	61777,03	73721,10	0,96
	4	98915,87	123697,99	
	5	117584,07	160533,36	
	6	146352,60	179048,00	
	7	186586,83	186586,83	
	0	0,00	0,00	
	1	24270,95	20412,04	
	2	84735,55	73533,96	
07	3	150801,68	165793,15	0,98
	4	215300,15	251673,87	
	5	245132,76	295942,15	
	6	312063,82	312063,82	
	0	0,00	0,00	
	1	22414,79	17225,93	
	2	103708,29	54586,71	
	3	185651,61	123197,92	
08	4	225356,79	217763,56	0,97
	5	307838,93	307148,48	
	6	338787,45	366104,56	
	7	375065,98	396350,95	
	8	409885,01	409885,01	
	0	0,00	0,00	
09	1	62646,62	31132,90	0,89
	2	88080,82	106554,00	
	3	132121,97	132121,97	
	0	0,00	0,00	
10	1	76581,26	76496,01	1,00
	2	143984,46	143984,46	
	0	0,00	0,00	
11	1	21092,87	29206,64	0,98
	2	81447,43	99961,27	
	3	123947,29	123947,29	

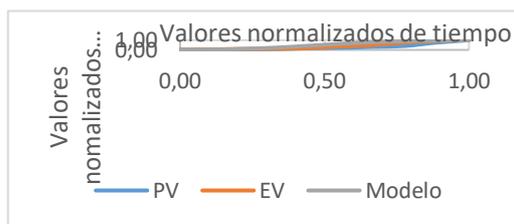
	0	0,00	0,00	
	1	38824,26	25443,64	
12	2	87623,91	98373,50	0,96
	3	151368,47	203617,97	
	4	223418,73	266293,39	
	5	286495,39	286495,39	
<hr/>				
	0	0,00	0,00	
	1	9877,03	15857,22	
	2	77025,80	57125,29	
13	3	133307,61	128797,40	0,99
	4	193409,63	195514,35	
	5	232042,87	229904,43	
	6	242428,64	242428,64	
<hr/>				
	0	0,00	0,00	
14	1	41136,01	21613,15	0,92
	2	63857,19	73972,16	
	3	91722,02	91722,02	
<hr/>				
	0	0,00	0,00	
	1	16246,04	6401,42	
	2	48405,39	23060,98	
15	3	66071,87	51994,37	0,92
	4	66910,97	78927,42	
	5	96447,69	92810,39	
	6	97866,30	97866,30	
<hr/>				
	0	0,00	0,00	
16	1	56597,51	31542,77	0,94
	2	94421,34	107956,82	
	3	133861,40	133861,40	
<hr/>				
	0	0,00	0,00	
	1	4914,55	23007,80	
17	2	61820,73	91785,35	0,97
	3	143268,81	154309,72	
	4	172762,78	172762,78	
<hr/>				
	0	0,00	0,00	
	1	102435,23	78813,48	
	2	293830,26	264970,20	
18	3	796532,93	606789,12	0,99
	4	1131027,83	1018142,67	
	5	1487210,59	1321330,04	
	6	1505581,04	1473721,72	
	7	1535772,87	1535772,87	
<hr/>				
	0	0,00	0,00	
19	1	25001,71	92645,60	0,96
	2	177383,89	333753,87	

	3	511526,44	752497,34	
	4	865474,44	1142290,37	
	5	1382310,07	1343213,99	
	6	1416386,56	1416386,56	
	0	0,00	0,00	
	1	528074,44	89680,00	
	2	820693,40	244038,76	
	3	1217049,88	496867,58	
	4	1578698,16	879144,58	
	5	1808729,89	1392500,01	
20	6	2378985,36	1982161,15	0,97
	7	2848777,55	2549304,07	
	8	3049222,47	3008919,08	
	9	3213257,51	3332413,55	
	10	3372853,53	3538174,09	
	11	3506134,85	3660741,41	
	12	3730918,73	3730918,73	
	0	0,00	0,00	
21	1	19452,72	17792,65	1,00
	2	33490,20	33490,18	
	0	0,00	0,00	
22	1	24528,61	12872,51	0,95
	2	48698,82	44056,85	
	3	54628,45	54628,43	
	0	0,00	0,00	
23	1	4772,48	4772,48	1,00

Así mismo, con el fin de validar el modelo de agua potable, se consideró la planificación inicial (PV) y los datos de las planillas de ejecución (EV) de un proyecto terminado y que no se utilizó para la elaboración de modelo de agua potable. El proyecto se planeó ejecutar en un tiempo de nueve meses y por un monto de \$439811,27 y se desea obtener el costo acumulado a ejecutar mensualmente por lo que se buscan los valores de cada tk con  $k=1\dots 9$ . (Ver Tabla 7).

Tabla 7: Aplicación del modelo a un proyecto de agua potable

Mes tk	P.V. (\$)	E.V. (\$)	Modelo (\$)	R <sup>2</sup>
1	6057,52	24922,60	15607,87	
2	33324,46	37546,38	47088,62	
3	43385,98	45204,53	103636,01	
4	79524,20	82279,16	186843,30	Entre el Modelo y
5	99002,74	153519,44	279262,59	El EV
6	138043,94	214858,83	354699,82	0.8975
7	179860,82	320554,47	402268,32	Entre el PV y el
8	335665,76	395646,28	427566,32	EV
9	439811,27	421344,76	439811,20	0.8988



Modelo matemático para elaboración de curvas S de proyectos de vialidad

$$\hat{x}(t) = 1,110422 * \left[ \frac{e^{5,982455t}}{e^{2,688238} + e^{5,982455t}} - \frac{1}{e^{2,688238} + 1} \right] \quad (26)$$

Figura 6: Curva S normalizada para la aplicación del modelo a un proyecto de agua potable

En la Figura 6 se aprecia la curva S normalizada como resultado de aplicar el modelo a un proyecto terminado y las desviaciones existentes con las curvas de PV y EV

Tabla 8: Proyectos analizados para elaborar el modelo de curvas S para vialidad

Proyecto	Duración (meses)	Contratado (x) (\$)	Modelo $\hat{x}(t)$ (\$)	R <sup>2</sup>
01	0	0,00	0,00	0,91
	1	8199,27	29487,38	
	2	66278,60	79030,48	
	3	105594,12	98551,75	
02	0	0,00	0,00	0,99
	1	11480,99	35022,55	
	2	61690,46	93865,54	
	3	118447,28	117051,21	
03	0	0,00	0,00	0,98
	1	72823,29	59947,90	
	2	154219,69	160669,10	
	3	202578,39	200355,87	
04	0	0,00	0,00	0,97
	1	20038,12	23876,83	
	2	70984,99	63993,39	
	3	104600,02	79800,35	
05	0	0,00	0,00	0,98
	1	1376,34	32988,72	
	2	89775,72	99774,77	
	3	179934,46	154939,50	
	4		175665,08	
06	0	0,00	0,00	0,93
	1	43115,16	50510,06	
	2	113041,74	135374,33	
	3	193904,94	168813,05	
07	0	0,00	0,00	0,87
	1	7474,24	26317,61	
	2	30396,17	70535,04	
	3	89169,73	87957,85	
08	0	0,00	0,00	0,95
	1	61722,03	68944,19	
	2	121769,48	121384,25	
09	0	0,00	0,00	0,96

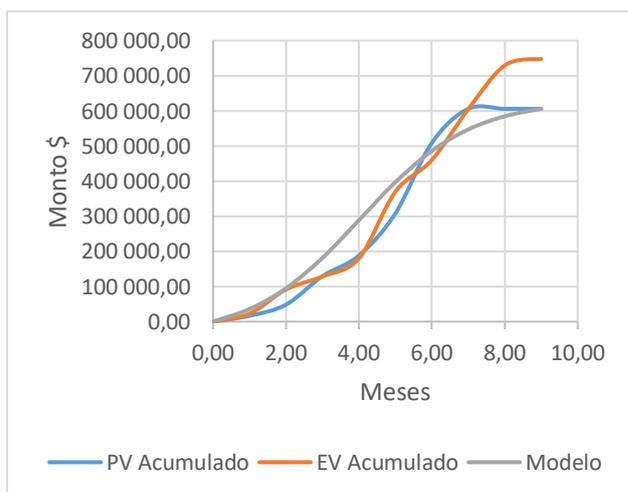
	1	34742,27	43461,98	
	2	97900,82	116484,44	
	3	145415,82	145257,18	
	0	0,00	0,00	
10	1	261846,39	522598,37	0,90
	2	517613,81	920095,15	
	0	0,00	0,00	
11	1	35721,59	28845,61	0,98
	2	79462,70	77310,42	
	3	102076,12	96406,82	
	0	0,00	0,00	
12	1	14417,86	57551,57	0,91
	2	114445,58	154246,58	
	3	194709,86	192346,92	

De la misma manera que los dos casos anteriores, para validar el modelo de vías se consideró la planificación inicial (PV) y los datos de las planillas de ejecución (EV) de un proyecto terminado. El proyecto se planeó ejecutar en un tiempo de nueve meses y por un monto de \$605932,69 y se desea obtener el costo acumulado a ejecutar mensualmente por lo que se buscan los valores de cada tk con  $k=1\dots 9$ . (Ver Tabla 9). El resultado de la curva S normalizada del modelo en comparación a las curvas PV y EV se observa en la

Figura 7.

Tabla 9: Aplicación del modelo a un proyecto vial

Mes tk	P.V. (\$)	E.V. (\$)	Modelo (\$)	R <sup>2</sup>
1	16620,70	22518,15	35717,39	
2	48235,61	91468,93	94711,68	
3	129406,83	128612,24	181299,49	
4	187965,10	180024,47	288640,22	Entre el Modelo y El EV
5	307718,95	369687,62	396996,48	0.9452
6	508654,40	459871,99	485908,95	
7	605932,69	604906,69	547274,48	Entre el PV y el EV
8	605932,69	729466,94	584742,69	
9	605932,69	747959,86	605932,95	0.9560



#### 4. DISCUSION DE RESULTADOS

Al calcular los coeficientes de determinación entre el modelo de alcantarillado y los valores de EV, se obtiene el valor de 0,9715 (ver Tabla 5). De igual manera el coeficiente de determinación de los valores de EV de un proyecto de agua potable aplicando el modelo de curvas S es de 0,8975 (ver Tabla 7) y el coeficiente de determinación como resultado de la aplicación del modelo a un proyecto vial es de 0,9452 (ver Tabla 9). Los coeficientes  $a$  y  $b$  del modelo logístico determinan la forma de la curva. Según lo encontrado por Bhaumik (Bhaumik, 2016), mientras mayor sea el coeficiente  $a$  del

Figura 7: Curva S normalizada para la aplicación del modelo a un proyecto de vialidad

modelo, menor será la tasa de inversión en los periodos iniciales del proyecto, es decir la curva será más plana al inicio en comparación a la zona central de la curva. Esto se aprecia comparando las curvas S de los modelos de agua potable (Figura 6) y vialidad (

Figura 7). Para el segundo tipo de proyectos se distingue que en los periodos iniciales del proyecto se requiere de mayores inversiones que para el primero. Algo similar sucede si comparamos la curva S normalizada para proyectos de agua potable (Figura 6) con la curva S normalizada para proyectos de alcantarillado (Figura 5).

El coeficiente  $b$  del modelo produce un efecto similar en la curva S, pero en los periodos finales del proyecto. De esta manera, si comparamos la curva S para proyectos de agua potable (Figura 6) que tiene un coeficiente  $b = 7,308990$ , con la curva S para proyectos de vialidad (

Figura 7) que tiene un coeficiente  $b = 5,982455$ , se tiene que la primer modelo requiere de una tasa menor de inversiones al final del proyecto en comparación a la mayor tasa de inversión requerida al final de un proyecto de vialidad.

## 5. CONCLUSIONES

Los modelos matemáticos de este trabajo fueron obtenidos a partir de la recopilación de datos de proyectos terminados. 27 para el caso del modelo de proyectos de alcantarillado, 23 para el modelo de proyectos de agua potable y 12 para el caso de modelos de vialidad. Validando cada uno de los tres modelos con la aplicación en proyectos distintos a los utilizados en la elaboración del modelo y obteniendo coeficientes de determinación mayores a 0,90, lo que indica un muy buen ajuste entre el proyecto y el modelo de acuerdo a lo encontrado por Cioffi (Denis F. Cioffi, 2005), Chao et al (Chao and Chien, 2010) y Bhaumik (Bhaumik, 2016). Logrando así estandarizar un comportamiento idealizado en la construcción de proyectos según su naturaleza para los sectores de alcantarillado, agua potable y vialidad. Obteniendo un mejor resultado que el planteado por el constructor en su curva de planificación inicial para cada caso.

Los modelos propuestos son de utilidad tanto para consultores como constructores de proyectos de alcantarillado, agua potable y vialidad, por constituir una herramienta que aumenta las probabilidades de éxito de los proyectos al disminuir las desviaciones entre el avance planeado y el avance ejecutado de acuerdo a las tendencias establecidas según la naturaleza del sector de cada proyecto.

La investigación se enfocó en proyectos geográficamente localizados en la provincia de Pichincha, Ecuador, por lo que convendría continuar las investigaciones en proyectos de la misma tipología, de diferentes magnitudes y en otras regiones geográficas. Con los resultados obtenidos en esta investigación se da lugar también a proponer en el futuro modelaciones para la elaboración de curvas S de proyectos en otros sectores de la construcción.

**RECONOCIMIENTOS:** Queremos extender un reconocimiento especial a las autoridades de la Pontificia Universidad Católica del Ecuador, que a través de la Dirección de Investigación financió y apoyó la ejecución de este proyecto. Y también, queremos dar un agradecimiento a las autoridades de la Facultad de Ingeniería, por el respaldo brindado durante todas las etapas de este proyecto.

**RECEIVED: FEBRUARY, 2020.**

**REVISED: SEPTEMBER, 2020**

## REFERENCIAS

- [1] ALCOCER, G. (2016) : **Métodos numéricos con algoritmos y programas**. Editorial Académica Española, Madrid.
- [2] ALSHIBANI, A. and MOSELHI, O. (2012) : Stochastic Method for Forecasting Project Time and Cost. **Construction Research Congress**, 545–555.
- [3] BHAUMIK, P. (2016) : Developing and Using a New Family of Project S-Curves Using Early and Late Shape Parameters. **Journal of Construction Engineering and Management**, 142(1965), 4016076.
- [4] CHAO, L. C. and CHEN, H. T. (2015) : Predicting project progress via estimation of S-curve's key geometric feature values. **Automation in Construction**, 57, 33–41.

- [5] CHAO, L. C. and CHIEN, C. F. (2010) : A Model for Updating Project S-curve by Using Neural Networks and Matching Progress. **Automation in Construction**, 19, 84–91.
- [6] CHAO, L. C. and CHIEN, C. F.. (2009) : Estimating Project S-Curves Using Polynomial Function and Neural Networks. **Journal of Construction Engineering and Management**, 135, 169–177.
- [7] CIOFFI, D. F. (2005a) : A tool for managing projects: An analytic parameterization of the S-curve. **International Journal of Project Management**, 23, 215–222.
- [8] CIOFFI, D. F. (2005b) : Completing projects according to plans: an earned-value improvement index. **Journal of the Operational Research Society**, 57, 290–295.
- [9] GUJARATI, D. and PORTER, D. (2009) : **Econometría**. Mc Graw Hill. México.
- [10] MATTOS, A. and VALDERRAMA, F. (2014) : **Métodos de planificación y control de obras: Del diagrama de barras al BIM**. Reverté. Barcelona.
- [11] OSORIO, J. C. et al. (2019) : Modelo logístico para aproximar curvas S. **Revista Gaceta Técnica**, 20, 33–50.
- [12] SHAH, R. K. and DAWOOD, N. (2011) : An innovative approach for generation of a time location plan in road construction projects. **Construction Management and Economics**, 29, 435–448.
- [13] UHER, T. E. and ZANTIS, A. S. (2011) : **Programming and Scheduling Techniques**. Second Edi. Abingdon: Spon Press.
- [14] WANG, S.-H. et al. (2016) : Establishing engineering S-curves to evaluate supervision engineer allocations for highway construction projects. **Journal of Civil Engineering and Management**, 22, 890–902.
- [15] ZHOU, J. et al. (2013) : A review of methods and algorithms for optimizing construction scheduling. **Journal of the Operational Research Society**, 64, 1091–1105.