

UNA SOLUCIÓN MATEMÁTICO-COMPUTACIONAL AL PROBLEMA DE ASIGNACIÓN DE DOCENTES A UNIDADES DE APRENDIZAJE.

Amilkar Puris^{1*}, Pavel Novoa^{*}, Jesennia Cardenas-Cobo^{**}, Yaima Trujillo^{*}

¹Universidad Técnica Estatal de Quevedo, EC120508, Av. Quito, Km 1,5 vía a Santo Domingo, Fax: 59352753303, Teléfono: 59352762382

¹Universidad Estatal de Milagro, km 1,5 Vía, San Francisco de Milagro, Teléfono: 5934271-5079

ABSTRACT

In this paper, we discuss the problem of assigning teachers to the learning units. The approach takes into account the professional profile of teachers, the experience and interest to assign a learning unit. From a mathematical point of view, the objective is to find a complete assignment of teachers to learning units, which maximizes a function of weighted aggregation. For the optimization process, the variant of the Ant colony system (ACS) of the Metaheuristic optimization based on Ant colony (ACO) is used. As a case study, we used a real scenario of the Technical University of the State of Quevedo with 18 teachers and 54 subjects of Systems Engineering. The results showed that the proposal has a high degree of convergence and low standard deviation values; This is summarized in high quality solutions in most executions.

KEYWORDS: Resource allocation problems, Optimization model, Ants System, Higher Education

MSC: 68N19

RESUMEN

En este trabajo se aborda el problema de asignación de docente a unidades de aprendizaje teniendo en cuenta indicadores importantes, tales como el perfil profesional, la experiencia adquirida en impartir la materia, y la preferencia individual del propio docente por la asignatura en cuestión. Desde un punto de vista matemático, el objetivo es encontrar una asignación completa de docentes que maximice una función de agregación ponderada teniendo en cuenta los tres indicadores mencionados. Para el proceso de optimización se utiliza la variante Sistema de Colonias de Hormigas (ACS) de la metaheurística Optimización basada en Colonia de Hormigas (ACO). Como caso de estudio, se abordó un escenario de la Universidad Técnica Estatal de Quevedo con 18 docentes y 54 asignaturas de la carrera de Ingeniería en Sistemas. Los resultados mostraron que la propuesta presenta alto grado de convergencia y bajos valores de desviación estándar; lo cual se traduce en soluciones de alta calidad en la mayoría de las ejecuciones.

PALABRAS CLAVES: Asignación de recursos, Modelo de optimización, Sistema de Hormigas, Educación Superior

1. INTRODUCCIÓN

Actualmente, Ecuador se encuentra inmerso en la difícil tarea de conseguir una educación universitaria de excelencia. Como parte de la misma, se han emitido algunas normativas que definen las condiciones bajo las cuales se puede considerar que un docente está apto para impartir una determinada asignatura (unidad de aprendizaje).

En este contexto, es importante adicionar que el claustro es de naturaleza dinámica. Por un lado, dado que el personal titular de las universidades es insuficiente para afrontar toda la carga docente, lo común es contratar profesores ocasionales por períodos cortos de trabajo. Esta población de contratados, si bien permanece relativamente constante en un período de 2 años, muestra importantes fluctuaciones por periodos en la asignación de la carga docente. Esto provoca que ingresen docentes de diferente formación que deben encajar en las necesidades académicas de la universidad en cuestión. De igual forma, otro aspecto que afecta la distribución de carga docente a los profesores es que, con el proceso actual de rediseño de algunas carreras, existe en la actualidad la presencia de programas a punto de extinguir en conjunto con otros que recién comienzan. Súmese a esto otras complejidades como la que no en todos los semestres se ofertan (abren) los

¹apuris@uteq.edu.ec, pnovoa@uteq.edu.ec, jcardenasc@unemi.edu.ec, ytrujillo@uteq.edu.ec

mismos módulos del semestre anterior, y que por lo general existe una población (aunque menor) de estudiantes que arrastran materias o toman los llamados cursos remediales. Lo anterior provoca que en todos los semestres haya que realizar una nueva distribución de la carga docente, lo cual actualmente se lleva a cabo de forma manual en la mayoría de las universidades.

Matemáticamente, la situación anterior puede modelarse como un problema de asignación de recursos [1]. Estos problemas han sido ampliamente estudiados en el pasado desde diferentes enfoques, por ejemplo, como modelos de Investigación Operacional (específicamente de programación lineal entera o de ramificación y acotamiento), como modelos de la Computación Inteligente o Soft Computing (resueltos con técnicas aproximadas como las heurísticas), y finalmente aplicando técnicas de estos dos enfoques (como es el caso de las metaheurísticas) [2].

El modelo que se propone en este trabajo incluye características que son comunes a la mayoría de los sistemas de elaboración de distributivos en las universidades ecuatorianas. Estos sistemas siguen el modelo de creación de acuerdo a las capacidades y experiencias de los docentes. El problema de asignación de distributivo radica entonces en asignar el conjunto de docentes a un conjunto asignaturas que satisfaga restricciones específicas: el número de horas máxima que puede asignarse a un docente, el número de horas que necesita ser impartida una asignatura, las áreas a las que pertenecen los títulos de los docentes, su experiencia laboral impartiendo las asignaturas, la preferencia por una asignatura, entre otras. Es importante advertir que, en este caso las restricciones complejizan el proceso de búsqueda de soluciones factibles, por lo que fue necesario realizar algunos ajustes para la búsqueda.

Como método de solución se empleará un enfoque de la Computación Inteligente. Específicamente, se aplicó un algoritmo basado en la Optimización por Colonia de Hormigas (Ant Colony Optimization, ACO) [3]. ACO, es una técnica probabilística para solucionar problemas computacionales (por lo general discretos) que pueden redefinirse como la construcción de caminos (rutas) en grafos [4].

El algoritmo aplicado es el Sistema de Colonias de Hormigas (ACS) [5], el cual constituye una variante de ACO. El objetivo es ofrecer posibles distributivos a las autoridades universitarias, de manera que se pueda tomar mejores decisiones al respecto con los resultados obtenidos en este trabajo.

2. TRABAJOS RELACIONADOS

La solución de problemas de asignación de recursos (resource allocation problems), y en especial de los de recursos humanos (human resource allocation problems, HRAP) mediante Optimización por Colonias de Hormigas ha sido objeto de estudio por varias investigaciones en el pasado. Esto se debe a la habilidad de ACO para resolver problemas de optimización combinatorios.

Por ejemplo, en [6] un HRAP no lineal fue optimizado empleado un algoritmo basado en ACO. El recurso era un trabajador al que se debía asignar tareas. Para reducir el espacio de búsqueda, los autores incluyeron una regla de actualización adaptativa para limitar los recursos. Los resultados experimentales mostraron que el método propuesto superó a un algoritmo genético en un conjunto de problemas de prueba.

Un resultado similar se alcanzó en [7] en el que un algoritmo propuesto, basado en ACO, superó a un algoritmo genético híbrido en la solución de un RPA multi-objetivo. Lo novedoso del algoritmo propuesto fue que el aprendizaje de las hormigas durante la actualización de las feromonas fue incrementado y el cálculo de la probabilidad se simplificó con el objetivo de incrementar la eficiencia del algoritmo.

ACO también se empleó en [8] para abordar un problema de programación de personal de enfermería dinámico y regional, en Austria. En comparación con enfoque goloso (greedy), los resultados de ACO mostraron una mejoría significativa.

En el ámbito educativo [9], se propuso resolver un problema de creación de horarios. Específicamente, el objetivo es asignar asignaturas, estudiantes y aulas a los profesores. En este sentido, dos variantes de ACO fueron propuestas.

3. ASIGNACIÓN DE PROFESORES A UNIDADES DE APRENDIZAJE

Este problema consiste en encontrar una asignación completa de profesores a unidades de aprendizajes que maximice el nivel de afinidad total de la asignación [10]. Para ellos, un profesor puede ser asignado a más de una unidad de aprendizaje respetando la disponibilidad de hora del profesor. La afinidad la hemos definido a partir de 3 características fundamentales:

- Experticia: se mide por la concordancia entre el perfil de 4to nivel (maestría o doctorado) de un docente con la unidad de aprendizaje en una escala de 1 a 3, donde 1 representa que no existe relación y 3 una relación total.
- Experiencia: medido por la cantidad de horas que el docente ha impartido una unidad de aprendizaje en el pasado.
- Expectativa: un valor de 1 a 3 que representa el deseo de un docente de impartir una asignatura.

Para modelar las 3 características hemos definido una matriz por cada una (A, B y C respectivamente) con las mismas dimensiones ($m \times n$), donde m es la cantidad de profesores y n la cantidad de asignaturas en el estudio. En todos los casos las matrices han sido normalizadas para que no exista dominancia entre los criterios.

De esta forma, la afinidad también es una matriz, determinada por la Ecuación 1 como una suma ponderada de las matrices A, B y C. Los valores de peso fueron determinados bajo criterio de expertos.

$$Af = 0.5A + 0.3B + 0.2C \quad (1)$$

También se definieron los vectores V con la carga horaria de cada asignatura y W con el total de horas disponible de cada docente. Con esta información se presenta en la Figura 1 la definición matemática del problema:

Variables
 $X_{ij} \in B \rightarrow \begin{cases} 1, \text{ si el docente } i \text{ fue asignado a la unidad de aprendizaje } j \\ 0, \text{ caso contrario} \end{cases}$

Función Objetivo

$$MAX \rightarrow z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n X_{ij} * Af_{ij}$$

Restricciones

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = 1, \quad j = 1 \dots n \rightarrow \text{Una asignatura solo puede ser impartida por una profesor}$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} * V_j \leq W_i, \quad i = 1 \dots m \rightarrow \text{no se permiten horas extra}$$

Figura 1: Modelo matemático para la asignación de docentes a unidades de aprendizajes

4. MÉTODO DE APLICACIÓN: SISTEMA DE COLONIA DE HORMIGAS

El algoritmo Sistemas de Colonias de Hormigas [5] es una de las estrategias más utilizadas de la metaheurística ACO en el contexto de los problemas de asignación [11]. Para aplicarlo, es necesario adaptar su funcionalidad a las condiciones del problema de estudio. Seguidamente se presentan los detalles de este proceso.

Primeramente, se definió el problema como un grafo totalmente conexo $G = (v, a)$, donde los vértices representan las unidades de aprendizaje y los arcos la forma de moverse entre los nodos.

Luego se determinó una función heurística H para dirigir el movimiento de la hormiga sobre los nodos del grafo (unidades de aprendizaje) y otra función K para la asignación de docentes. Estas funciones quedan definidas según las ecuaciones 2 y 3

$$H_j = 1 - \frac{1}{\sum_{i=1}^m (Af_{ij}) + 1}, \quad \text{para } i \in I, j \in J \quad (2)$$

H representa el nivel de aceptación de cada asignatura del conjunto J (asignaturas que aún no han sido asignadas) por el conjunto de profesores I (profesores que aún tienen horas disponibles). Asimismo, la función K determina cuál docente será asignado a la unidad de aprendizaje.

$$K_j = \max_{i \in I} \left\{ 1 - \frac{1}{Af_{ij} + 1} \right\}, \quad \text{para la asignatura } j \quad (3)$$

Por otra parte, los algoritmos ACO utilizan los rastros de feromona [12] como una forma de almacenar la experiencia alcanzada por la colonia en el proceso de exploración. En este trabajo, este elemento se definió

como una matriz ($F_{n \times n}$), donde n es la cantidad de unidades de aprendizajes, determinando una forma clara de identificar las secuencias de asignaturas mejor valoradas por la colonia.

5. RESULTADOS

Para probar el algoritmo propuesto, hemos defino un caso de estudio con 18 docentes y 54 Unidades de aprendizaje, muy similar a la distribución que se tiene en la facultad de Ingeniería de la Universidad Técnica Estatal de Quevedo. Los datos de las matrices (A, B, C) fueron generados aleatoriamente con los valores permitidos en cada caso. Para el vector W se generaron valores aleatorios entre 2 y 5 horas para cada asignatura y para el vector V, se tuvo en cuenta 3 tipos de profesores, t1 con un máximo 10 horas de docencia, t2 con 15 y t3 con 20 respectivamente. Este detalle se debe a que en el problema real existen cargos jerárquicos que limitan las horas de docencia de algunos profesores. Como no se conoce la asignación óptima para este caso de estudio, la condición de parada del algoritmo se determinó a partir de una cantidad de 25 iteraciones sin cambiar la x mejor solución encontrada.

En este estudio se utilizó el algoritmo ACS con diferente tamaño de población (10, 20, 30, 40, 50) para 10 ejecuciones independientes en cada caso. A continuación, se presenta la descripción y configuración de los parámetros utilizados en el experimento:

- $\beta = 2$: Importancia de la heurística en la búsqueda.
- $\alpha = 3$: Importancia de feromona.
- $\tau_0 = 0.1$: Feromona inicial.
- $\rho = 0.1$: Constante de evaporación
- $q_0 = 0.75$: Nivel de exploración del algoritmo

a. Análisis de factibilidad

El primer estudio que se realizó tuvo como objetivo determinar si el algoritmo y las condiciones del caso de estudio son apropiadas para encontrar soluciones factibles (soluciones que cumplan todas las restricciones).

| Algoritmo | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
|-----------|----|----|----|----|----|
| ACS | x | x | x | x | x |

Tabla 1: Resultados de análisis de factibilidad

La Tabla 1 muestra los esfuerzos del algoritmo para encontrar soluciones factibles con diferentes tamaños de población (valor en las columnas). Como se observa, en ningún caso se pudo obtener una asignación completa de docentes a las unidades de aprendizaje para el caso de estudio. Esto se debe, entre otras cosas, al incumplimiento de la restricción que obliga a no exceder las horas asignadas a los profesores. Por este motivo hemos presentado las siguientes modificaciones:

- Se relajó el modelo matemático eliminando la restricción 2 que garantiza el cumplimiento de las horas asignadas a los profesores.
- Se definió un vector T que almacena las horas extra asignadas a los profesores.
- Se introdujo una función de penalización P que calcula el valor proporcional de las horas extra de cada profesor a partir de la Ecuación 4

$$P_i = \frac{T(i)}{V(i)}, i = 1..m \quad (4)$$

- Se redefinió la función objetivo de la Figura 1 como:

$$\max \leftarrow z' = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n X_{ij} * Af_{ij} - P_i \quad (5)$$

- Las funciones heurísticas de las Ecuaciones 2 y 3 también fueron actualizadas utilizando la penalización de horas extra, como se muestra en las Ecuaciones 6 y 7.

$$H_j = 1 - \frac{1}{\sum_{i=1}^m (Af_{ij} - P_i) + 1}, \text{ para } j \in J \quad (6)$$

$$K_j = \max_{i \in I} \left\{ 1 - \frac{1}{Af_{ij} - P_i + 1} \right\}, \text{ para la asignatura } j \quad (7)$$

b. Análisis de resultados

La Tabla 2 muestra los resultados del estudio, donde el promedio más alto lo obtuvo la variante que utiliza 20, 30 y 10 hormigas respectivamente. Además, los mejores valores de convergencia (menor desviación) lo alcanzaron las mismas variantes, pero en orden diferente. Por su parte, la última fila presenta los resultados de Ranking donde el test de Friedman [13] obtuvo un valor p de 0,0207 menor que el valor de 0,05 fijado en esta prueba. De esta forma se confirma la existencia de diferencias significativas entre los resultados.

| Ejecuciones Independientes | Cantidad de hormigas | | | | |
|----------------------------|----------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| 1 | 3,04 | 3,19 | 2,76 | 1,32 | 1,67 |
| 2 | 3,01 | 2,69 | 2,51 | 2,20 | 2,00 |
| 3 | 3,17 | 3,06 | 2,83 | 2,85 | 1,91 |
| 4 | 2,80 | 2,11 | 2,89 | 1,64 | 2,88 |
| 5 | 2,49 | 2,18 | 2,28 | 2,14 | 1,74 |
| 6 | 2,72 | 3,22 | 2,73 | 2,50 | 2,61 |
| 7 | 2,32 | 3,08 | 3,23 | 1,35 | 2,88 |
| 8 | 2,99 | 2,63 | 2,68 | 2,98 | 2,87 |
| 9 | 2,01 | 2,49 | 2,69 | 2,91 | 2,28 |
| 10 | 2,54 | 2,82 | 2,42 | 2,16 | 1,41 |
| Promedio | 2,71 | 2,75 | 2,70 | 2,21 | 2,23 |
| STD | 0,3673 | 0,4011 | 0,2653 | 0,6178 | 0,5567 |
| Ranking | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 3,8 | 4 |

Tabla 2: Resultados de las 10 ejecuciones independientes

Seguidamente, el test de comparaciones múltiples de Holm [14] (ver Tabla 3), identificó que la diferencia es significativa solo entre las alternativas que utilizan 10 y 50 hormigas a favor de la primera variante. En los otros casos, los resultados alcanzados fueron similares.

| 10 vs. | p-value | Holm | Hipótesis |
|--------|-----------|---------|-----------|
| 50 | 0,0162095 | 0,025 | Rechazada |
| 40 | 0.033894 | 0,03333 | Aceptada |
| 30 | 0.777297 | 0,05 | Aceptada |
| 20 | 0.887537 | 0,1 | Aceptada |

Table 3: Resultados del test de Holm

En otro estudio, se analizó la convergencia a partir del esfuerzo computacional (cantidad de iteraciones) que utiliza cada variante hasta encontrar su mejor solución. La Figure 2 evidencia que las variantes con mayor población de hormigas (50 y 40) necesitaron menor cantidad de iteraciones para converger, aunque las soluciones encontradas no fueron buenas. Mientras que la variante con 30 hormigas fue la que más estable se comportó, en las 10 ejecuciones independientes. Otro detalle interesante, fue que el mayor esfuerzo computacional se presentó en las variantes de 10 y 20 hormigas que utilizaron 242 iteraciones en alguna de sus 10 ejecuciones independiente. Por su parte la variante de 30 hormigas presentó la convergencia más estable en cuanto al esfuerzo y calidad de los resultados.

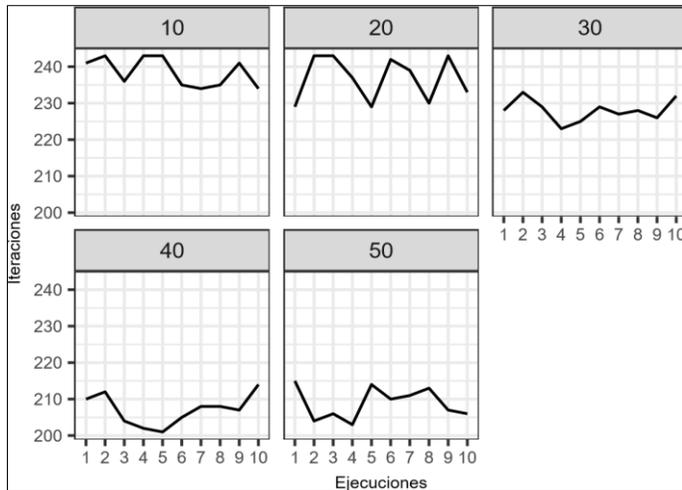


Figure 2: Esfuerzo computacional de cada alternativas

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó una solución matemático computacional al problema de asignación de profesores a unidades de aprendizaje, bajo un diseño que supone las actuales condiciones impuestas por la dirección de educación superior del Ecuador para conseguir una mejor calidad educativa.

Entre los principales aportes del trabajo se destacan los siguientes:

- Se definió un esquema que tiene en cuenta la experticia, la experiencia y la expectativa de los profesores para construir una matriz de afinidad como base del proceso de asignación.
- Se construyó una función de penalización por horas extras que permitió flexibilizar el proceso de búsqueda de soluciones factibles.
- Se diseñaron dos funciones heurísticas para el algoritmo ACS que utilizan la función de penalización para guiar la búsqueda a zonas promisorias del espacio de búsqueda.

Los experimentos demostraron que poblaciones más pequeñas obtuvieron los mejores resultados y las más grandes utilizaron menos iteraciones para encontrar sus soluciones. La variante más estable en cuanto a calidad y esfuerzo computacional en las 10 ejecuciones independientes fue la de 30 hormigas.

Como propósito inmediato, se pretende estudiar con más detalle la distribución de las horas extra en los resultados y proponer un modelo difuso con alfa cortes para controlar la cantidad máxima de horas extra asignadas a los profesores. Asimismo, una posible mejora al rendimiento del algoritmo es emplear auto-adaptación [15], [16].

RECEIVED: MARCH, 2019
REVISED: DECEMBER, 2020

REFERENCIAS

- [1] BOSCHETTI, M.A., MANIEZZO, V., ROFFILLI, M., and BOLUFÉ RÖHLER, A. (2009): Matheuristics: Optimization, Simulation and Control. In: Blesa M.J., Blum C., Di Gaspero L., Roli A., Sampels M., Schaerf A. (eds) Hybrid Metaheuristics. HM 2009. **Lecture Notes in Computer Science, 5818**. Springer, Berlin, Heidelberg
- [2] BOUAJAJA, N. D. S. (2016): A survey on human resource allocation problem and its applications, **Operational Research**, 17, 339–369.
- [3] CHAHARSOOGHI, S. and KERMANI, A. H. M. (2008): An effective ant colony optimization algorithm (ACO) for multiobjective resource allocation problem (morap). **Applied Mathematics and Computation**, 200, 167–177.
- [4] DORIGO, M. and GAMBARDILLA, L. (1997): Ant colony system: A cooperative learning approach to

- the traveling salesman problem. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, 1, 53–66.
- [5] DORIGO, M. and STÜTZLE, T. (2004): **Ant Colony Optimization**. MIT Press, Massachusetts.
 - [6] FRIEDMAN, M. (1937): Individual comparisons by ranking methods. **J. American Statistical Association**, 32, 675–701.
 - [7] GARCIA, S., MOLINA, D. and HERRERA, F. (2009): A study on the use of non-parametric tests for analyzing the evolutionary algorithms' behaviour: a case study on the CEC'2005 Special Session on Real Parameter Optimization. **Heuristics**, 15, 617- 644.
 - [8] GUTJAHR, W. J. and RAUNER, M. S. (2007): An ACO algorithm for a dynamic regional nurse-scheduling problem in Austria. **Computers & Operations Research**, 34, 642–666.
 - [9] MOHAN, B. C. and BASKARAN, R. (2012): A survey: Ant colony optimization based recent research and implementation on several engineering domain. **Expert Systems with Applications**, 39, 4618–4627.
 - [10] MOORE, J. L., FOLKMANN, M. and BALMFORD, A. (2003): Heuristic and optimal solutions for set-covering problems in conservation biology. **Ecography**, 26, 595–601.
 - [11] NOVOA-HERNÁNDEZ, P., CORONA, C. C. and PELTA, D. A. (2016): Self-adaptation in dynamic environments-a survey and open issues. **International Journal of Bio-Inspired Computation**, 8, 1–13.
 - [12] NOVOA-HERNÁNDEZ, P., OVIEDO, B., OVIEDO, J. M., PURIS, A., MENACE, M. and CORONA, C., (2016): Impacto de la auto-adaptación en ambientes dinámicos con frecuencia de cambio variable. **Investigación Operacional**, 37, 289–299.
 - [13] PURIS, A., BELLO, R. and HERRERA, F.(2010): Analysis of the efficacy of a Two-Stage methodology for ant colony optimization: Case of study with TSP and QAP. **Expert Systems with Applications**, 37, 5443-5453.
 - [14] PURIS, A., BELLO, R., TRUJILLO, Y., NOWE, A. and MARTÍNEZ, Y. (2007): Two-Stage ACO to Solve the Job Shop Scheduling Problem. In: Rueda L., Mery D., Kittler J. (eds) Progress in Pattern Recognition, Image Analysis and Applications. **CIARP 2007. Lecture Notes in Computer Science**, 4756. Springer, Berlin.
 - [15] THEPPHAKORN, T., PONGCHAROEN, P. and HICKS, C. (2014): An ant colony based timetabling tool. **International Journal of Production Economics**, 149, 131–144.
 - [16] YIN, P.-Y. and WANG, J.-Y. (2006): Ant colony optimization for the nonlinear resource allocation problem. **Applied Mathematics and Computation**, 174, 1438–1453.